特殊教育研究學刊
民 104，40 卷 3 期，59-88 頁
DOI: 10.6172/BSE.201511.4003003

圖像式情境脈絡數學教材對國小資優生學習成效與基模影響之實驗研究

王昭傑
臺灣師大特教系博士生

陳美芳
臺灣師大特教系教授

本研究採準實驗研究設計，檢驗以情境脈絡布題的「圖像式情境脈絡數學教材」對國小資優生「立即學習成效」、「學習保留成效」及「基模表現」之影響。研究對象為臺北市 11 所國小高年級資優生，包含實驗組與對照組各 30 名，實驗組接受圖像式情境脈絡數學教材教學、對照組接受純文字奧林匹亞數學教材教學，兩組課程均為 18 堂課。本研究以自編工具檢驗實驗效果，採單因子共變數分析進行實驗效果之統計分析，研究結果發現：一、在學習成就表現的影響上：圖像式情境脈絡數學教材明顯有助於提升實驗組學生在「牛吃草」（速率與工程問題之跨概念整合單元）及「排列組合」單元之立即學習成效表現，且在學習保留成效上亦有相同效果；然於「速率」單元則無顯著效果。二、在基模表現部分：圖像式情境脈絡數學教材明顯有助於提升實驗組學生「牛吃草」單元的「陳述性知識」，在「排列組合」及「速率」單元則無顯著效果；在「程序性知識」部分，圖像式情境脈絡數學教材在「牛吃草」及「排列組合」單元明顯有助於提升實驗組學生的基模，在「速率」單元則呈現部分效果。整體而言，本研究結果顯示使用圖像式情境脈絡數學教材的布題與教學，能支持學生在「初始概念」學習時，建立有效的陳述性知識及程序性知識。相關脈絡知識的完整性可能有助於學生在記憶時形成具有線索指引的內在表徵，進而提升知識的習得與保留。最後，本研究提出後續研究與教育實務議題的建議。

關鍵詞：基模、資優生、圖像式情境脈絡數學教材、學習保留

* 本文以陳美芳為通訊作者（fang@ntnu.edu.tw）。

緒論

教育的目的在促成學生成長與改變，課程設計應以學生需求為首要考量。近年在數學教育上強調體現學習（embodied learning），強調植基在實際場域的感知與行動（Alibali & Nathan, 2012），亦即，數學學習應著重學生與教材之間的互動連結，讓學生藉由實際操作或感同身受的體現融入教學材料，以進行自主的意義學習。情境學習是體現的一種途徑（Nathan, 2008），情境具有線索指引的功能，有助於人在回憶時形成具有線索指引的內在表徵（Brown, Collins, & Duguid, 1989）；而「故事」是情境學習中非常重要的一部分，既能幫助學生追憶當初的發現，且對於所學的知識能形成一個有意義的記憶結構（McLellan, 1996）。研究發現，情境模式的提供除了可以提升問題解決的能力外，對學生數學成就與認知能力的增進亦具有正向支持（Greiffenhagen & Sharrock, 2008）。據此推知，情境脈絡在邏輯脈絡緊密的數學領域可能扮演重要的角色。

在資優生能力特徵與學習需求方面，資優生擁有高層次的認知學習能力、傑出的理解能力及統整問題資訊的能力，能有效地整合題目的不同條件以幫助解題（Rotigel, 2000）。近年，另有認知神經科學研究發現，數學資優生具大腦右側發展優勢，常依賴心像（mental imagery）進行思考（O'Boyle, 2008）。數學教育研究發現，要建構學生對抽象數學概念的理解，豐富的心像支持與再現（re-presentation）是重要關鍵（Thomas & Tabor, 2012）。資優教育學者 Clark（2007）也主張，資優生有能力可以處理數學知識型態與關係的思考，並將抽象問題概念化及圖像化；而由於資優生將文字題目具象化的能力明顯比一般生為佳，提供情境或視覺提示材料將對資優生的學習具正向支持並形成基模，以供後續解題之用（van Garderen, 2006）。這些研究結果與數學資優生能力特徵的研究發現可相呼應。綜合而言，在設計資優生數學課程時，除考量學生對認知挑戰的需求外，資優生運用心像輔助思考的特徵或需求亦應列入考慮。過去對資優生的數學課程設計多能注意學生對認知挑戰的需求，例如：有研究發現資優生需要高於其原就讀年段二個年級以上難度的數學教材，才能提供學生進階且具有挑戰性的學習（Assouline & Lupkowski-Shoplik, 2011; Deal & Wismer, 2010）。但相對地，資優生運用心像輔助思考的特徵或需求則尚未引起研究關切。由於資優生的數學學習須包含創造性且複雜的問題解決，必須融合跨概念或跨領域的脈絡於其中（Gavin & Sheffield, 2010），因此，若能考量資優生心像與圖像化的優勢，或可讓「圖像學習」在資優生的學習上提供正向支持。

根據上述數學教育對教材設計的看法及資優生學習需求綜合考量，本研究擬在圖像式故事情境的脈絡下，結合具挑戰性及跨概念布題的數學教材，探究資優生在「完整單元情境布題」與「前後相關解題脈絡」之布題下，其在解題上與純文字教材的學習成效及基模建構差異。

文獻探討

本段先以「情境學習理論在數學教學上的應用」釐清圖像式情境脈絡教材的立基，再透過「數學解題歷程與基模的相關論述」了解個體數學解題歷程的建構模式及基模改變型態，最後以「符應資優生能力需求的數學課程」澄清本研究教材選擇的考量。

一、情境學習理論在數學教學上的應用

國小數學教學趨勢在情境學習理論（situated learning theory）的影響下，逐漸強調連結生活情境。研究指出，當數學課室活動與個體產生連結時，學習才會發生（Greeno, 1998）。中學職前教師培訓的研究也發現，數學知識的學習需在未來應用的情境脈絡中建構（Ticknor, 2012）。任務情境會影響個體解題表現，個體在熟悉的情境與生活經驗結合的題型中，會展現較高的解題能力（Kouba, Brown, Carprnter, Lindquist, Silver, & Swafford, 1988）。模擬情境有助於學習遷移（Greeno, Smith & Moore, 1993），而塑造情境的媒介為何？相關研究指出，以圖像表徵的方式呈現教材，能有效減低學生工作記憶的負荷量，有利於高層思考的展現（楊淑靜，2007），能讓學習者依據腦中的影像自行製作內在運思的活動（Bruner, 1966）。因此，在情境索引的過程中，建立圖像表徵及心像可能是情境脈絡構築的媒介。

（一）圖像表徵的輔助

圖像表徵是將抽象概念或內在表徵以視覺方式來呈現。多樣化具體的表徵形式，有助於學生進行組織思考及分析問題（Fennell & Rowan, 2001）。在數學學習上，圖像表徵的運用多在解題歷程的輔助思考；研究發現，個體在提供圖畫表徵的解題表現上明顯優於文字表徵題（Greeno, 1987; Sowder & Sowder, 1982）。在布題上，圖像表徵的運用有助於學生藉由心像之建立，了解知識脈絡關係，形成嚴謹的邏輯思維（Koedinger & Nathan, 2004; National Assessment Governing Board (2002)），而以圖示呈現題目也確實能幫助學習，其記憶效果亦比文字問題佳（Anglin & Stevens, 1986; Mayer & Anderson, 1991）。綜上可知，圖像表徵為建立情境脈絡的重要媒介，能幫助資優生建立嚴謹的解題情境並了解其知識脈絡，對知識概念的形成具正向作用。

（二）認知學徒制（cognitive apprenticeship）的教導策略

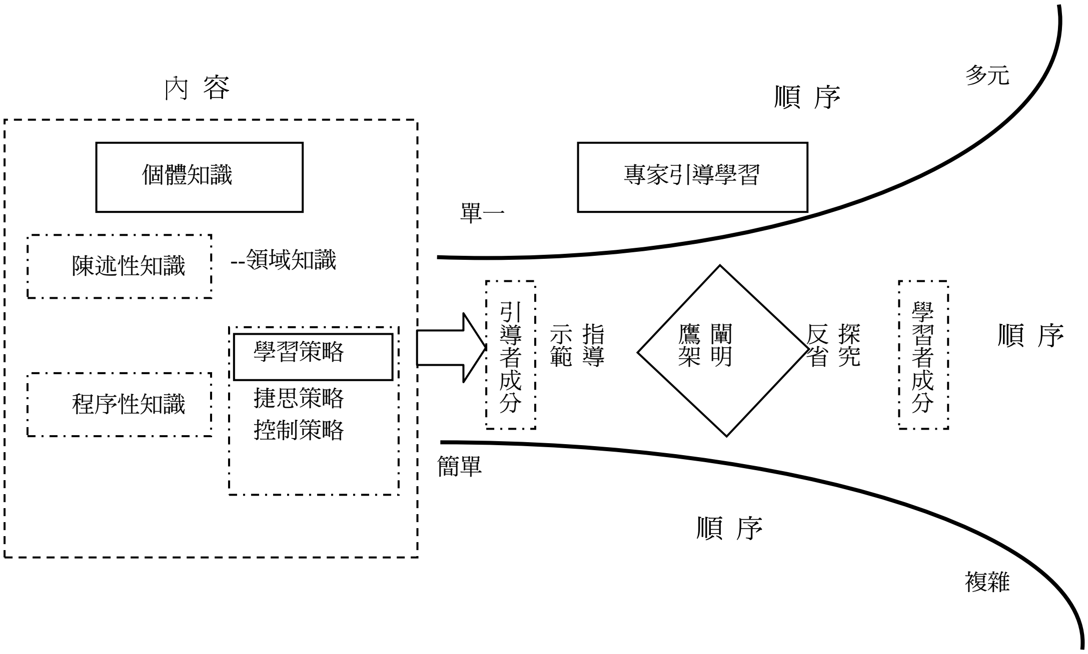
認知學徒制最早是由 Collins、Brown 和 Newman 於 1987 年所提出，強調在「情境」的環境下，教導處理複雜技能的過程，並著重在個體的認知及後設認知層面。茲統整相關論述（Brown et al., 1989; Collins et al., 1987; Patkin & Gazit, 2011; Pedersen & Rossberg, 2010），並以 Collins 等人對於社會學面向的看法作為背後的支持系統，整合為「認知學徒制學習脈絡」（如圖一）。

1.內容層面

內容層面包含領域知識、學習策略、捷思策略及控制策略。其中，「領域知識」指陳述性知識與簡易的程序性知識；「學習策略」包含各類知識的學習策略，例如：重點摘要、質疑或進行預測等；「捷思策略」指解決問題的一般性策略，可促使解題者快速發現解題的途徑；而「控制策略」則是學習者對解題過程的監控、診斷與補救。本研究將此部分定義為「個體知識」，而這些能力是不斷地由先前的學習經驗獲得成長，以備學習所需。

2.方法層面

認知學徒制的學習主要有六大步驟：示範、指導、提供鷹架並逐漸撤除、闡明、反思及探究。在「示範」部分，應讓學生有機會觀察專家在解決實際問題時策略性知識的運作方式與時機，教師可以有聲思考的方式進行解題示範。在「指導」與「提供鷹架並逐漸撤除」部分，教師可觀察個體的狀況，並適度給予暗示、回饋與鷹架，而鷹架則在個體獨立學習的過程中逐漸減少。在「闡明」的部分，教師可引導個體解決內在的迷思概念，例如：鼓勵個體說明解法並釐清錯誤之處。在「反思」與「探究」階段，個體的成分逐漸升高，於在此階段反思自己與同儕間的差異，最後培養出獨立探究及解題的能力。



圖一　認知學徒制學習脈絡

3.*順序層面*

學習活動之安排宜把握三個原則：由簡單到複雜、由單一到多元、整體先於局部；課程之安排，應讓學生先在細部探究之前建立概念圖，以對正在執行的部分有清楚的目標；課程概念的安排也應把握由簡單到複雜，由單一策略到多元策略。以數學解題為例，教師可先安排每個解題策略適用的問題情境，然後再不斷地變化問題情境所需使用的解題策略，讓學生能逐漸分辨出各解題策略適用與不適用的情境，並且培養將解題策略運用到新問題情境的經驗（張新仁，2003）。

情境架構除可提供學習支持外，認知學徒制的數學解題教學對個體的數學學習有顯著成效，有助於學習遷移與保留（方吉正、張新仁，2000），故事式的數學學習則有助於提升解題技巧與流暢性（林曉菁、姚如芬，2006）。本研究乃以圖像式情境脈絡教學作為實驗組整體課程的呈現模式，並以認知學徒制作為兩組學生共同的教學策略，以避免教學法差異所可能產生之偏誤。

二、數學解題歷程與基模的相關論述

Polya（1975）認為，數學解題是「了解問題」、「擬訂計畫」、「執行計畫」與「回顧答案」等一連串思考的歷程。在解題歷程中，基模的互動是成功解題與否的關鍵。以下就解題歷程階段之內涵及基模定位敘明於後。

（一）「了解問題階段」的互動歷程

問題表徵的關鍵在於個體如何運用舊有的概念進行整合與轉譯（Mayer, 1992）。為縮減問題的初始與目標狀態間的差異，個體會運用先前舊有的經驗、知識及技巧去滿足未被解決情境要求的思維歷程（劉秋木，1996）。此階段有兩個重要的因素：一是學生「舊有解題經驗」，即原始的解題基模，此提供了基模比對的元素；二是「外在問題覺知」，即對數學問題的覺知力。學生在解決數學問題時，取決於其解題基模的成熟度與完備性，基模愈完備，

愈能有效覺知問題。此階段可探究學生對概念關係的理解、辨認原理原則、運用事實與定義等能力，並檢視學生於實驗教學前後之概念改變差異。

（二）「擬訂計畫階段」的基模比對

當個體的基模愈明確，其遷移知識與技能來解決問題的能力表現將愈佳（Larkin & Chabay, 1989）。於此階段，學生會將舊有的解題知識及待答的問題加以比對與重組，並擬訂解題策略（Patkin & Gazit, 2011）；除了對題目展現初步認知表徵外，學生也進行問題的轉譯與整合，並會使用適當的基模擬訂解題策略。亦即，當數學問題與學生舊有基模吻合時，只需舊方式便可解題；而當問題無法同化於基模之內時，學生就會改變基模來解決問題，而經調整後就會擴大與增長，產生質的改變（許美華，2003）。於此階段，可探究個體概念的比對擴展及詮釋概念關係，並了解其規劃問題解決程序、應用程序的提取等能力。

（三）「執行計畫階段」的策略選擇

此為個體選定適當的策略，加以規劃解題的步驟及程序（Patkin & Gazit, 2011）。Mayer（1992）認為，當個體欲從已知狀態達到目標狀態，而又缺乏立即通往目標的路徑時，會嘗試將問題情境及線索予以結構性的了解與重組，以尋求成功的解題。選擇策略的過程、速度會受到學生舊有經驗或知識的影響。而當學生擁有成功的解題經驗時，會促使基模自動化，並能在開放性的問題當中找到一個適當的執行策略進行解題（Pedersen & Rossberg, 2010）。於此階段，探究個體擴展與修正策略、並進行新舊知識的推理連結，藉以了解個體程序性基模之完備性。

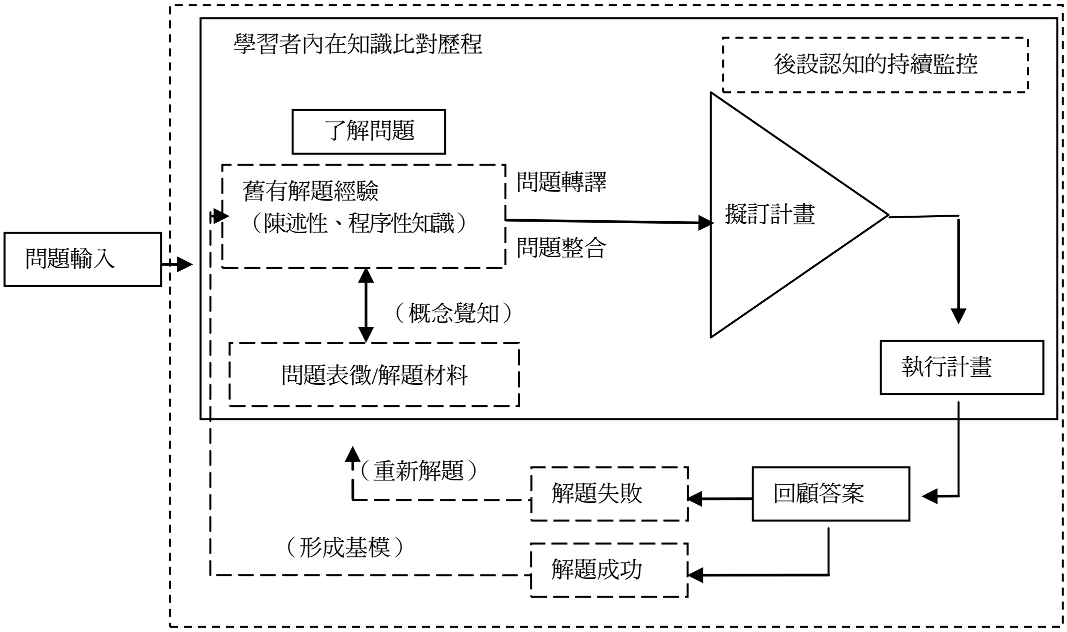
（四）「回顧答案階段」的概念形塑

個體於此階段檢視是否有其他的方式可以達到相同的解題效果（Patkin & Gazit, 2011）。若解題成功，解題經驗將形成「解題基模」，於下一次解題時備用。若解題失敗，則將問題再一次輸入到「了解問題」的程序中，再一次進行解題的執行。基模並不是被灌輸的，而是學生在其先備知識的基礎上，經由思考、合作、質疑、辯證與討論等方法，使知識產生「質」與「量」的改變，並在解題的過程中得到增強、記憶與促進（吳金聰，1999）。此階段為陳述性知識的精緻化與型塑，以及程序性知識的流程調整互動，為個體內在能力整合與否的關鍵。

（五）「後設認知」的持續監控

個體在問題輸入後，於解題階段當中不斷地進行解題基模的比對及後設認知的監控。Mayer（2000）指出，個體能基於解決問題的經驗，將知識再建構，因而使得自我的基模更加精緻化。而後設認知能力不僅與使用訊息、表徵問題、選擇與應用策略、有效評估及調整解題歷程等息息相關，更對解題表現有重要影響（Montague, Warger, & Morgan, 2000）。

本研究統整相關數學解題程序之說法（Lester, 1980; Mayer, 1992; Polya, 1975; Schoenfeld, 1985），佐以解題歷程能力及基模調整之論述，認為數學解題歷程為：個體在後設認知監控的前提下，以舊有基模為基礎、布題材料為媒介所進行的一連串基模整合、創造及反思的自我調整歷程。本研究並提出數學解題動態歷程的互動機制（如圖二），以作為本研究探究學生能力改變之立論基礎。此外，本研究以基模為知識的基本結構（Piaget, 1990），並參考相關研究（Marshall, 1995; Mayer, 1992, 2000; National Assessment Governing Board, 2002; Patkin & Gazit, 2011; Rivera, 2010）對於解題歷程之看法，將個體於解題時所需之能力區分為陳述性（declarative）及程序性（procedural）知識，並以基模差異檢視個體於實驗研究後在陳述性及程序性知識的改變，相關內涵詳述於研究工具處。



圖二　數學解題動態歷程

三、符應資優生能力需求的數學課程

資優生有其異於普通生的獨特性，故在設計資優課程時，應針對資優生異於普通生的差異性，調整適當的課程教材，以滿足資優生的特殊需要（Maker, 1982）。根據相關研究可知，資優生課程安排的看法呈現由「基礎到複雜」或由「個體到環境」的脈絡，在於：（一）需符合學習者之學習能力及經驗，進行學習活動安排；（二）於個體內在知能完備後，再進行團體的同儕訓練；（三）強調學習者內在能力因素與外在學習環境的互動；（四）期許資優生能獨立進行自我主動學習的深入探究或自評反省與監控（Betts & Kercher, 1999; Bloom, 1956; Guilford, 1967; Renzulli, 1977）。在內容設定上，即便資優生能力已比一般生能力更為優秀，但其內在差異及個別異質性亦是資優課程設定中必須考量的重點。亦即，資優課程設計在學習的過程中或材料的選擇上，並不能將深度及廣度無限上綱，而必須提供適合其學習能力、特性與需求之課程。

而資優生所需的數學課程樣貌為何？應如何提供其具備高層次思考要求、開放性及挑戰性的進階課程？何謂資優數學，迄今仍未有定論。王昭傑（2013）統整相關文獻，由「學生因素」及「課程因素」描繪資優數學之樣貌，其中，「學生因素」是資優數學的核心，資優數學由資優生追求認知挑戰的需求出發，兼顧學生的獨特性與差異性，強調學生在不斷推理歸納的數學思維過程中，同時也能養成執著的態度、求知的熱情與創造力；而「課程因素」則是實踐上述理想的媒介，課程需能在不同原則間取得平衡，一方面強調數學的系統性結構以引導紮實的學習，另一方面強調跨概念的非例行性布題，引導學生在非例行性解題思維中，進行概念的整合與抽象化。數學布題是資優數學教材中最重要的條件，需讓學生有機會建構或精緻化基模，並在非例行性問題的解題過程中拆解與重構基模。Sheffield（1994）就

提及，必須賦予更具深度、廣度及開放性的非例行性問題來增加數學資優生解決複雜問題的機會。由此看來，教材的跨概念與非例行性的問題安排，似乎是我們可以由布題特徵判斷是否為資優數學的要件之一。

奧數即具有跨概念布題的特徵。「奧數」是奧林匹亞數學（或奧林匹克數學）的簡稱，起源於 1956 年羅馬尼亞針對東歐及蘇聯等六個國家的高中生舉辦國際數學奧林匹亞競賽（International Mathematics Olympiad, IMO）以及數學交流，並在爾後的 30 年間發展成為全世界 73 個國家參與的國際數學盛會。一般人所熟知的奧數分為兩類：其一為「奧林匹亞數學」，多指國際性國、高中數學競賽；其二為「奧林匹克數學」，此在我國多指民間團體舉辦的國小資優數學競賽或其所使用之教材。然以其布題精神而言，不論是「奧林匹亞數學」或「奧林匹克數學」，都著重在數學知識的活化運用以及高層次的邏輯推理概念，類似的看法也出現在中國大陸許多關於國小奧數的相關文獻。奧數的本質是數學，所以離不開學習數學的意義，即數學思維與數學精神（張娟萍，2012）。在數學思維與數學精神上，則有多元論述，諸如：奧數是中小學數學內容的深化和遷移，是數學領域裡許多門類知識和思想方法的綜合（游安軍，2009）、奧數能將眾多零散的數學知識加以提煉融合，在數學思維的碰撞下激發中小學生對數學學習的興趣；其次，奧數的教學能夠激發中小學生的創造力，很多奧數題目不僅將眾多的數學知識融合為一體，更將許多的數學解法技巧匯入其中（田方方，2012）；再者，奧數以發展學生的邏輯思維能力和空間想像能力，培養學生具有正確、迅速的計算能力為教學目的；培養學生動腦思維的意識和學習數學的興趣，提高學生分析問題和解決問題的能力，使之形成良好的思維品質（康梅玉，2013）等說法。由上或可發現，奧數應為一種數學布題深化的概念，而非與普數區分的教材對立概念。王昭傑（2012）以奧數與普數教材進行內容分析後則發現，奧數課程內容具有加速與充實概念並重、全面式的點狀了解、進行線與面的建構及著重跨概念的核心釐清與整合之特色；亦即，奧數是一種植基在普數概念下，藉由概念整合而生的數學布題類型。而此跨概念與深化的數學教材，應較能符合數學資優生對於進階數學的挑戰需求。

然而，相較於普數教材的日益活潑化，現有的奧數教材則是偏向文字題的資源。研究發現，利用圖畫布題有助於提升學生對題目的了解，以圖像表徵的方式呈現教材，不僅可以減少學生閱讀工作記憶的負荷量，也能幫助學生經由圖示的方式將問題具體化、直觀化，並回憶過去類似的情境而提高解題成效（楊淑靜，2007）。過去研究顯示，以圖示呈現題目有助於學習，其記憶效果亦比文字問題為佳（Mayer & Anderson, 1991）。由上或可推測圖像式的情境脈絡布題對學生在學習的記憶效果、保留成效及對舊基模的提取上或有幫助；但在材料為較複雜且進階的數學材料上之學習效果或情境脈絡對基模知識的質量改變影響，則尚無法確認。

綜上所述，就外部教材型態而言，圖像表徵教材具有利於學生發展情境脈絡學習之優點，亦是數學教育所關心的重點方向；在學生與教材的互動上，奧數跨概念整合的布題特點，似乎亦能符合資優生主動挑戰的動機及其認知需求；而學生於解題歷程中的基模改變及各階段的表現狀態，則可顯示資優生在情境數學脈絡教材中的知識互動關係。是以，圖像式情境脈絡數學教材的使用，於數學教育發展態勢上具其合理性，亦符合資優生具象化能力的學習風格；而搭配進階挑戰的數學課程應更能符應資優生的認知需求及驅動其情意動機，並在外在課程設計及內在學生需求上取得平衡。

根據以上分析，本研究以跨概念整合的奧數教材作為主要學習基底，結合數學解題歷程的影響因子及相關情境學習的論述，整合發展成圖像式情境脈絡數學教材，並以認知學徒制的引導策略為教學模式，藉以了解資優生於學習圖像式情境脈絡數學教材的立即學習成效、學習保留成效及其基模差異。基於此核心焦點，本研究之探究目的為：

（一）了解以「圖像式情境脈絡數學教材」及「純文字奧數教材」進行解題基模建構，對國小資優生數學學習成效的影響。

（二）分析以「圖像式情境脈絡數學教材」及「純文字奧數教材」進行數學解題基模的建構，對國小資優生數學解題之陳述性知識與程序性知識的影響。

而後，根據研究結果，提出討論與建議，以供後續未來研究參考運用。

研究方法

一、研究對象與設計

（一）研究對象

本研究委請臺北市設有資優班之 37 所國小協助招募各校資優生自由參與實驗課程，報名後實際參與對象為就讀臺北市 11 所資優班共 60 名高年級資優班學生。本研究在不告知受試學生實驗組與對照組教材差異的情況下，以學生方便參與之時段進行自由分組，每組 30 名分別接受不同教材的實驗課程，據以了解課程施行後於立即學習成效、學習保留能力及基模改變狀況。研究樣本人數分配情形如表一。

表一　研究樣本人數分配情形

組別	男生	女生	總數
實驗組	23	7	30
對照組	19	11	30
合計	42	18	60

（二）研究設計

本研究採準實驗設計，於實驗處理階段，實驗組使用圖像式情境脈絡數學教材、對照組則使用純文字奧數教材，進行為期六天共計 18 堂課的實驗課程，並於課程進行前後實施前測、後測及於一個月後進行追蹤測驗。研究架構如圖三。

1.自變項

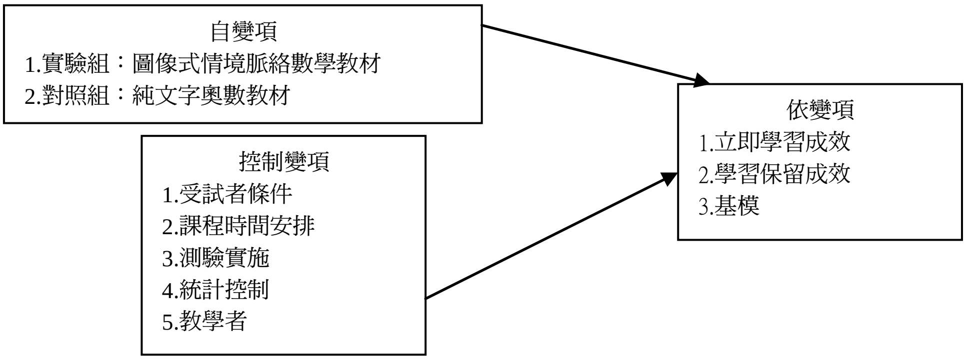
本研究之自變項為實驗教學課程，分為實驗組與對照組，皆接受 18 堂課的實驗教學，惟實驗組使用圖像式情境脈絡數學教材、對照組則使用純文字奧數教材。

2.依變項

本研究之依變項有三，分別為立即學習成效、學習保留成效及基模。立即學習成效與學習保留成效部分，以受試者在後測及追蹤測驗上的得分為代表，共分三個子單元。基模則以受試者在各單元基模檢核表上的得分為代表，並分為陳述性與程序性知識兩類進行基模差異分析。

3.控制變項

（1）受試者條件：本研究之受試者皆為臺北市國小高年級資優班學生，採自由報名參加，其學習參與意向與數學基本能力大致相同。



圖三　研究架構

（2）課程時間安排：為減低課程時間安排造成學生間教材流通之可能，課程時間安排於相同的六天進行，並分為上午班和下午班上課。每日課程結束後，需將教材收回以避免實驗材料外流。

（3）測驗實施：為精確測量到兩組學生的真實能力，測驗實施過程力求標準化。兩組學生受試場地、施測者、時間限制與指導語皆完全相同。

（4）統計控制：以受試者在「奧數學習成效甲式測驗」及各子單元之「基模檢核題」上的前測分數作為共變量，以排除前測影響。

（5）教學者：本研究實驗組與對照組所有的教學活動皆由同一人擔任，並以認知學徒制之教學方法進行，以排除教學方法差異的影響。

二、實驗課程設計

（一）前導性課程

正式實驗研究之前，為了解實驗課程之適切性、教材妥適性及教學過程中可能會遭遇到的問題，本研究於正式實驗研究前以臺北市中正區一所公立小學五、六年級資優班學生、普通班數學績優生共 43 人（男 29 人、女 14 人）進行兩學期的前導性課程教學，據以修正教材呈現方式與調整，並就課後省思、學生反饋進行課程方案修改。茲以前導性課程之數學教材「植樹問題：黃巾亂起群雄爭，劉關張桃園結義」單元為例，解釋圖像式情境數學教材及純文字奧數教材內容差異及其以認知學徒制施行教學之階段示意，如表二。

（二）課程概念與實施

本研究之圖像式情境脈絡數學教材，係採用情境學習之概念，進行「繪本式」的圖像教學。此教材以中國傳統名著《三國演義》為主要故事基底，結合奧數教材概念於其中，自編撰寫成「奧數三國誌」，採「一單元故事情境、一完整概念及解題脈絡」的方式，並以漫畫式圖像表徵的方式呈現教學主題內容，先建立學生對於解題的情境脈絡及印象，再輔以故事情境式鋪陳問題結構，藉由視覺圖像表徵初步形成解題情境後，最後以文字描述布題及串連圖像表徵，建立學生解題心像及系統，教材示意如圖四。

本研究共計三單元，分別為：單元一：曠世發明諸葛亮，木牛流馬險運糧（速率—行程問題）、單元二：諸葛亮七出祁山，備戰馬細配糧草（邏輯—牛吃草問題）、單元三：死諸葛嚇活仲達，巧擺奇陣退雄兵（排列組合—整數的組成）。選取此三單元之原因在於：「行

表 2　圖像式情境脈絡數學教材及純文字奧數教材實驗形式內容差異舉例

認知學徒流程	圖像式情境數學教材	純文字奧數教材	兩者差異
示範 指導	（前略）……話說劉關張三人決定結拜後，便一起到張飛的桃樹豪宅結拜。劉備這窮小子還是第一次看到那麼多桃樹。便問道：「小飛飛，您這桃樹種的真整齊，怎麼種的？」張飛於是答道：「這可是好問題，要種的漂亮，距離長度和間隔的一致性是很重要的」……（故事脈絡點出知識概念）	「植樹問題」指的是指沿一定的路線植樹的應用題。實際上，植樹問題就是數學中設置等分點的計算問題……（如實的知識引導）	圖像式於動機引發之初，即建立與後續概念相同之脈絡（以漫畫圖畫引導），純文字奧數教材則為一般知識引言（教師陳述）。
示範 指導	【例一】 （前略）劉備很享受走在豪宅的感覺，大搖大擺的，每一步都踏 2 公尺長，邊走邊想……從進來到現在走 60 公尺了，每走一步都會看到一顆桃樹，到底現在旁邊走過幾顆桃樹了呢？	【例一】 每格 2 公尺有一根電線桿，從第一根到最後一根是 60 公尺，前後都有共有幾根？	相同概念，但以連貫式的情境布題以引起學生興趣。
示範 指導 提供鷹架	（討論後，圖像表徵引導）（前略）關羽到底是三兄弟中最聰明的人，他要劉備回想一下每走一步的感覺。在起點，就有一棵數了，每走一步都會遇到一顆樹。「大哥，您先想想這 60 公尺你走了幾步？」、「30 步啊！」……「唉啊！加上我剛開始走時門口那顆，那是 31 棵樹嚕？」	（教師口述） 每 2 公尺有一根電線桿，前後都有，所以是：間隔數 +1。間隔數等於距離長除以間隔長，所以為 60/2=30，30+1=31 （口述加版書說明）	圖像式在學生討論時進行漫畫式圖像表徵的認知師徒制解題示範，並讓學生討論概念原因。而純文字奧數教材則以數線或簡易圖像引導知識建立。
撤除鷹架 闡明 反思 探究	【例二】 （前略 「三弟……那旁邊那一塊是？」「喔！那邊是 VIP 區，所以桃樹的要種開一點才有養分，間隔是 7 公尺，總長有 420 公尺喔。因為門口要留一口井，所以這端不種，大哥，你猜猜裡面有幾顆樹？」（與例一相同情境脈絡，教師撤除，學生自我解題闡明）	【例二】 在長 420 公尺的河的一側種花，每顆間隔 7 公尺，一端種一端不種，可種幾顆？（與例一情境脈絡不同，教師撤除，學生自我解題闡明）	教師示範撤除，以相同情境脈絡建立學生在相同單元之解題知識及經驗。
效果檢驗	兩者於後皆以相同的純文字應用題進行學習知識比對與精熟，並檢視其遷移狀況		

程問題」之概念極廣，舉凡簡易的速率問題或後續的相遇問題、追及問題、火車行橋問題、流水行船問題及時鐘問題皆在其中，可考驗學生在簡易固定值的條件中，求出未知條件的能力。「牛吃草問題」為邏輯題目，涉及「速率」問題的延伸，問題當中的「距離」（亦即草量）不斷改變，可考驗學生在可變量的條件中，找出未知條件的能力。在「排列組合」部分，由簡單的排列組合問題出發，探討數的組成分析，並以此考驗學生對數字安排的邏輯概念及相對位置關係的能力。

情境布題（示範）　→　具象化解題（引導）　→　情境脈絡式審題比較（鷹架）

圖四　圖像式情境脈絡數學教材：奧數三國志實驗教材示例（牛吃草問題）

實驗組之教學流程皆以漫畫圖示的故事情境脈絡、輔助文字敘述方式進行情境脈絡的營造及解題基模之建立，以探究圖像式情境脈絡數學教材對於兩組學生於數學解題歷程之「了解問題」、「擬訂計畫」及「執行計畫」階段能力之影響，進而探究其立即成效、學習保留及基模差異。對照組則使用純文字奧數教材。純文字奧數教材泛指一般市面上所販售之國小奧林匹亞數學訓練題庫及教材題本，其內容規劃依照不同題型單元劃分，每單元皆有若干練習題及範例，惟其單元範例之間並無情境脈絡上之連貫性。此外，實驗組與對照組使用之教材，僅在呈現方式與內容鋪陳上呈現差異，範例題目及練習題目之數值皆相同，以避免題目數值差異對學生所可能造成的學習誤差。實驗課程內容及時程編配詳見表三。

表三　實驗課程之內容與時程編配

教材類型	圖像式情境脈絡數學教材	純文字奧數教材	課程重點
前測	奧數學習成效甲式測驗		
單元一	曠世發明諸葛亮，木牛流馬險運糧問題	速率—行程	
1、2 節	「追及問題」與「相遇問題」的概念分析		基礎速率問題的概念呈現，考驗學生相向、背向而行時，速度與時間關係的運用。
3、4 節	行程變形-「流水行船」問題分析		進階速率問題，考驗學生在速率加乘或抵消概念上的運用能力。
5、6 節	行程變形—「火車過橋」問題分析		進階速率問題，考驗學生在距離長度轉換的概念下，速率、時間與距離的關係調整能力。
7、8 節	綜合討論及概念比對		◎使用相同教材
單元二	諸葛亮七出祁山，備戰馬細配糧草	邏輯—牛吃草問題	

表三　實驗課程之內容與時程編配（續）

教材類型	圖像式情境脈絡數學教材	純文字奧數教材	課程重點
9、10 節	牛吃草典型概念分析		考驗學生在四未知數概念下，如何運用中介未知數的概念進行題目簡化的邏輯運用。
11 節	多基準量牛吃草問題討論		考驗學生整合多基準量的未知數問題，並釐清基準量的整合性及替代性。
12 節	綜合討論與概念比對		◎使用相同教材
單元三	死諸葛嚇活仲達，巧擺奇陣退雄兵	排列組合－整數的組成	
13、14 節	排列組合基礎問題		建立學生排列、組合的基礎能力，由樹狀圖建立排列組合的運算概念。
15 節	排列組合問題延伸（練習題延伸）		整合條件限制的頁碼問題，了解 排列組合在頁碼編配問題上的運用。
16、17 節	五位數以內的組成問題討論（不包含 0）		擴充組合量，檢視學生在限制條件下數的排列能力。
18 節	綜合討論與概念比對		◎使用相同教材
後測	奧數學習成效乙式測驗		
追蹤測（一個月後）	奧數學習成效丙式追蹤測驗		

三、研究工具

本研究以自編之「奧數學習成效測驗」（分為甲式、乙式及丙式）與「基模檢核表」檢驗實驗效果。茲將各項研究工具內容說明如下：

（一）奧數學習成效測驗

1.編製內容

目前並無相關量表可檢測學生之奧數學習成效，本研究參考坊間奧數訓練題庫，為避免相同題目使學生產生預先學習的影響，選出適配高年級資優生之三數學單元進行教學內容的改編與成效測驗編製。甲式與乙式為立即學習成效測驗使用（前、後測），從中挑選預定教學之三單元（速率、邏輯、排列組合）相關概念題目。丙式為追蹤測驗時考驗學生學習保留成效使用，三式測驗於各單元總題數及概念皆相同，以利後續分析。相關概念及題數分配如表四。

2.題型與計分

試題選取標準為第一研究者及一位數學專長教師參考奧數訓練題庫所改編，並考量一般資優學生於高年級所應具備的能力平均值及迷思概念，作為題目類型選取依據。題目類型皆為純文字應用題，於題目編製完成後，請一位數學系教授及另一位數學專長教師根據題目之適配性進行檢核篩選。題目難度範圍為國小中、高年級概念程度，於甲、乙、丙三式皆為

15 題，每題 1 分共計 15 分，分數愈高代表該受試者之數學成就愈高。此外，甲、乙、丙三式於實驗三單元之布題結構一致，僅於條件數字做適度調整，三式測驗的形式與難度接近。

表四　甲、乙、丙三式測驗題數分布及內容概念分析

單元	題型	內容概念分析	總題數
行程	速率概念	速率基本概念掌握 （基礎速率問題、同向問題、背向問題、相向問題）	7
	火車過橋問題	掌握車身長與速度的關係 （單一變動量、雙重變動量）	
	流水行船問題	掌握水速與船速的互動關係	
牛吃草	牛吃草類型	可變量與失去量的互動關係 （基礎牛吃草問題、雙變動量問題、三變動量問題）	3
排列組合	整數的組成	整數的組成因素與限制（位數編配、奇偶組合、包含 0 與否問題）	5
	排列組合	編排的邏輯分配（分組排列組何、不分組排列組合）	
	總題數		15

3.效度與信度

本測驗為掌握內容的適切性，邀請一位數學系教授及一位數學專長教師分別於甲、乙、丙三式各項題目中，以國小階段學生數學能力指標為基礎，就其年段適配性、概念連結度及教材內容與目標進行分析。本測驗以新北市、大臺中市及大高雄市之四所國民小學共計 90 名高年級資優生為對象，包含男生 53 位、女生 37 位，進行「再測信度」之建置，兩次測驗時間為 6 月底及 9 月初，間隔兩個月，以避免學生因學期中相關數學知識的學習造成再測信度失真之疑慮。三式測驗工具之再測信度分別為.937、.924 及.941，顯示此份試卷之題目具有理想的穩定性。

（二）基模檢核表

本研究以 Mayer（1992）所提之解題歷程概念及美國全國教育發展評量（National Assessment of Educational Progress, NAEP）之數學能力內涵為主，將個體於解題時所需之能力區分為陳述性（declarative）及程序性（procedural）知識（National Assessment Governing Board, 2002）。本研究根據實驗三單元之重要概念設計基模檢核表，程序內容如下：

1.編製內容及方法

NAEP 將數學能力劃分為兩個向度，分別為「數學能力」（mathematical abilities）及「數學力」（mathematical power）。其中，「數學能力」分為三種類型，分述如下：

（1）概念理解

a. 能辨認、歸類、產生概念的例子及非例子。

b. 能使用相關的模式、圖表、操作方法及改變概念的表現方式。

c. 辨認和應用原理原則。

d. 能知道及運用事實及定義。

e. 能比較、對照及整合相關的概念及原理原則，以擴展原有概念及原理原則。

f. 能辨認、解釋及應用來表示概念的符

號及術語。

g. 能詮釋在數學情境下相關概念的假設和關係。

（2）程序性知識

a. 正確的選擇和應用程序。

b. 使用具體的模式或象徵性的方法證明程序的正確性。

c. 擴展或修正程序以處理問題情境中原有的因素。

（3）問題解決

a. 能以確認及規劃解決問題。

b. 決定資料的充分性及一致性。

c. 能使用策略、資料、模式及相關的數學。

d. 產生、擴展或修正程序。

e. 在新的情境中能運用舊有概念進行推理。

f. 判斷結果的合理性及正確性。

此外，在「數學力」亦分為三種類型，分別為溝通、推理及連結。綜合相關研究（Marshall, 1995; Mayer, 1992, 2000; Patkin & Gazit, 2011; Rivera, 2010）對於解題歷程之看法，研究者認為，「數學力」為「數學能力」的執行途徑，個體於解題的概念整合歷程中，不論是知識概念的溝通確認，抑或是解題程序的推理連結，皆有賴數學力之展現。據此，本研究將個體於解題時所需之能力區分為陳述性（（declarative）及程序性（procedural）知識。而基模為知識的基本結構（Piaget, 1990），許多知識是以基模的形式儲存在人的記憶系統（Anderson, 1983）。是以，本研究以基模了解個體在解題歷程中，在陳述性及程序性知識之學習改變。在陳述性知識部分，主要探究學生於解題時對題目內容安排的覺知（了解概念關係、運用事實與定義）、對重要先備概念的理解（辨認原理原則）及解題數據之間的關係（概念的比對擴展、詮釋概念關係）；在程序性知識部分，主要探究學生的解題程序，例如：題目的關鍵句（洞察問題解決關鍵）、有效已知條件（新舊知識的推理連結）、未知條件的關鍵（擴展與修正策略）及其解題策略使用（應用程序的提取、結果合理性判斷）等。

基模檢核表之編製，係由第一研究者及一位數學專家教師以國小階段學生數學能力指標為基礎，參酌 NAEP 所制定之數學能力相關概念，並根據實驗三單元所需之陳述性及程序性知識之單位基模進行分析，再以參與信效度編製新北市、大臺中市及大高雄市四所國民小學共計 90 名高年級資優生於基模檢核題所列算式進行雙重檢驗，最後調整成正式之基模檢核表，而後以此檢核表再隨機抽取 30 份，進行一致性相關係數考驗。

2.概念與計分

基模的改變是由實驗教學的三單元內容評量。兩組受試學生在每一個實驗單元「開始前」及「結束後」，皆進行「基模檢核題」測試，以了解兩組學生在接受實驗教學後在基模上所展現的差異。為避免影響實驗成效真實性，基模檢核題於教學過程中並不做討論。兩組受試學生於各實驗單元前後之基模檢核題皆為同一單元試題，由第一位研究者及另外一位數學專長教師共同進行評比。計分方式為兩位教師個別針對學生答題之質性狀況進行了解，學生有效且正確呈現相關概念及程序者於該評比項目得一分，若出現特殊狀況或理解不易之情形，則另外討論是否採計。而後並取二位教師評比分數之平均基模作為該生於各子單元之基模總分。茲以表五呈現評比之檢核要項及其計分標準，並以表六呈現實驗三單元基模知識配分情形，以供分析參照。

表五　基模評比檢核要項及其計分標準（以速率單元－火車過橋問題為例）

單元	速率單元		火車過橋問題	
題目	一列火車平常的速度通過一座長 500 公尺的橋只要 50 秒。但是由於速度過快怕危險，列車長下令減速。已知減速後通過一座長 456 公尺的橋需要 80 秒，用同樣的速度通過一條長 399 公尺的隧道要 77 秒，請問這列火車的長度是多少？			
知識	解題分析	評判指標	0 分答案	1 分答案
陳述性知識	請問：解決「速率問題」，最重要的是要了解哪幾個「概念」之間的關係？	能了解速率、時間與距離三方面的關係	速率、時間及距離三個答案不完整，欠缺任一概念者得 0 分。	能正確回答速率、時間及距離三個標準答案。
	你能寫出代表這些「概念」關係的關係式嗎？請寫在底下。	能正確處理速率與距離之間的單位變換	無法正確列出等式者	速率×時間=距離 距離÷速率=時間 距離÷時間=速率
	你知道火車過橋問題，火車車身長度和過橋速度之間的關係為何？（請選出最適合的一個答案） (1)火車車身長度要和橋樑長度「相加」，火車長度愈長，過橋時間愈久。 (2)火車車身長度要和橋樑長度「相減」，火車長度愈長，過橋時間愈久。 (3)不必考慮橋樑長度，只有火車的長度會影響過橋時間。	能了解車身長與速度的關係	選項（2）、（3）	選項（1）
程序性知識	請問，問題的「關鍵句」在哪裡？請直接標示在題目上，並且寫上標號。如下所示。（關鍵句全對才給分）	能標的題目關鍵問句	無法正確標示以下要件： (1)平常的速度通過一座長 500 公尺的橋只要 50 秒（確認原始速度）。 (2)減速後通過一座長 456 公尺的橋需要 80 秒（了解速度改變差異）。 (3)同樣的速度通過一條長 399 公尺的隧道要 77 秒（標示速度改變後比較條件）。 （關鍵句全對才給分）	能正確標示： 一列火車(1)平常的速度通過一座長 500 公尺的橋只要 50 秒。但是由於速度過快怕危險，列車長下令減速。已知(2)減速後通過一座長 456 公尺的橋需要 80 秒，用(3)同樣的速度通過一條長 399 公尺的隧道要 77 秒，請問這列火車的長度是多少？ （關鍵句全對才給分）
	請問，例題中有效的已知條件是哪些（你已經知道，並且可以幫助你解題的數據條件）？請寫在底下。	能找出有效已知條件	(1)火車的長度（錯誤答案。學生答例：火車原長度 500 或 456 或 399 公尺）。	(1)能指出火車和橋樑各自長度固定的概念。（學生答例：火車和橋樑長度不會改變）

表五　基模評比檢核要項及其計分標準（以速率單元－火車過橋問題為例）（續）

知識	解題分析	評判指標	0 分答案	1 分答案
			(2)火車的速度（錯誤答案。學生答例：火車速度每分鐘 50 或 80 或 77 秒）。 (3)橋樑長度（無直接影響答案，且無法直接得知）。	(2)能說明火車減速後速度與時間的變化關係。（學生答例：火車減速後，通過橋樑時間變長）
	你認為解答這個題目的關鍵是什麼？（請選出最適合的一個答案） (1)知道火車和橋樑長度的「加總」關係。 (2)知道火車和橋樑長度的「相差」關係。 (3)知道橋樑的長度為何。	能由已知條件尋找未知關鍵	答(2)或(3)得 0 分	答(1)得 1 分
	請將您的解題過程寫在試卷背面。你的答案（　　　）	能使用有效解題策略	答案正確與否不列入計分。當無法同時回答達到右列三點時，得 0 分。	解題過程或方式不拘，但須能呈現以下要件： (1)能計算出原始火車之速度。 (2)能計算出減速後之火車速度。 (3)能說明呈現火車原速和減速後的數值變化。

表六　實驗三單元基模知識配分

單元	知識類別	基模評判指標	配分	基模總分
【速率單元】 基礎速率問題 火車過橋問題 流水行船問題	陳述性知識	能了解速率、時間與距離三方面的關係	3	12
		能正確處理速率與距離之間的單位變換	3	
		能了解車身長與速度的關係	3	
		能了解船速與水速之間的關係	3	
	程序性知識	能標的題目關鍵問句	3	12
		能找出有效已知條件	3	
		能由已知條件尋找未知關鍵	3	
		能使用有效解題策略	3	
【牛吃草單元】 牛吃草問題	陳述性知識	能了解固定量和可變量之間的關係	2	4
		能正確處理「生長」與「失去」的消長問題	2	
	程序性知識	能標的題目關鍵問句	1	4
		能找出有效已知條件	1	
		能由已知條件尋找未知關鍵	1	
		能使用有效解題策略	1	

表六　實驗三單元基模知識配分（續）

單元	知識類別	基模評判指標	配分	基模總分
【排列單元】 基礎排列組合 數字組合	陳述性知識	能知道排列問題的基礎規則與限制	2	12
		能了解組合問題的基礎規則與限制	2	
		能區辨排列問題與組合問題的差異	2	
		能知道數字排列的規則與限制	2	
		能了解數字組合的規則與限制	2	
		能區辯數字排列組合問題的差異	2	
	程序性知識	能標的題目關鍵問句	2	8
		能找出有效已知條件	2	
		能由已知條件尋找未知關鍵	2	
		能使用有效解題策略	2	

3.*效度與信度*

本檢核表編製完成後，邀請二位數學領域專家檢核內容，以檢核內容的適切性。評量則由二位數學相關專長教師共同擔任，使用正式「基模評比檢核要項及其計分標準」，檢核學生於實驗三單元在陳述性與程序性知識之基模表現，每單元之子問題隨機抽取五位學生作答歷程，先後給予兩位專長教師進行評分，共計抽取 30 份單元子問題作答歷程進行評量。此外，不考量學生跨單元抽取重複性，以求客觀。二位評量者於基模檢核表之評比狀況，總測驗評量相關係數為.992。

研究結果與討論

一、立即學習成效分析討論

（一）立即學習成效差異考驗

實驗組與對照組學生在實驗三單元中，前測、後得分、後測調整後平均數及各單元前後測正確率比較情形如表七。

表七　兩組前後測平均數、標準差、調整後平均數及正確率

單元類別	測驗類別	實驗組					對照組				
		N	*M*	*SD*	調整後平均數	正確率%	*N*	*M*	*SD*	調整後平均數	正確率%
速率	前測	30	1.366	1.188		19.51	30	1.000	.982		14.28
	後測	30	4.300	1.512	4.194	61.42	30	3.433	1.715	3.539	49.04
牛吃草	前測	30	.066	.253		2.20	30	.100	.305		3.33
	後測	30	.566	.679	.574	18.86	30	.233	.504	.225	7.77
排列組合	前測	30	.993	1.170		19.86	30	1.066	1.284		21.32
	後測	30	3.433	.971	3.439	68.66	30	2.600	1.652	2.595	52.00

進行共變數分析之前，分別進行實驗組與對照組在實驗三單元中前、後測得分之迴歸係數同質性考驗。統計結果顯示，「速率單元」、「牛吃草單元」和「排列組合單元」的

F 分別為 ＝ .630、.001 及.036，顯著性 p 值分別為.431、.976 及.850 皆未達顯著，表示組內迴歸線平行符合組內迴歸係數同質性的基本假定，可進行共變數分析。

排除前測分數的影響後，實驗組與對照組在「速率單元」之後測未達顯著差異（F = 2.772，p = .101）；在「牛吃草單元」後測（F ＝ 5.270，p = .025）和「排列組合單元」之後測（F ＝ 6.262，p = .015）均達顯著差異。顯示實驗組學生在接受圖像式情境脈絡數學教材教學實驗處理後於「牛吃草單元」和「排列組合單元」之學習成效有立即效果，在「速率單元」上則無。在效果值部分，受試學生於「牛吃草單元」和「排列組合單元」中的 η^2 分別為.085 及.099 屬於中度效果，顯示使用圖像式情境脈絡數學教材在提升國小資優生「牛吃草單元」和「排列組合單元」之學習成就表現上，有值得注意的效果。

（二）立即學習成效綜合討論

解題者一定要對他所學過的知識和技能做一番搜索、綜合的思考並做學習轉移（黃敏晃，2001）。本研究結果中，兩組學生在「速率單元」之學習成就無顯著差異（p = .101 ＞ .05），經詢問部分學生後發現，大部分參與學生在速率單元多已具備相關之基礎概念。本研究檢視兩組學生解題步驟，並就其數學解題動態歷程觀之，發現兩組學生於「了解問題階段」及「擬訂計畫階段」之陳述性知識相近，能提取相對正確之舊知識基模審題。然而，在後續「執行計畫階段」卻發生「同向」、「背向」及「相向」問題的速率與時間關係錯置情形，導致解題成效出現些微落差。不過，大致來說兩組學生於本單元原始概念能力上相差不遠，故於實驗結果亦發現兩組學生於此單元的成就相近。

值得注意的是，對國小高年級學生來說，「牛吃草單元」及「排列組合單元」之數學概念連結相較於「速率單元」較為生澀困難，學生在實驗後正確率，實驗組為 18.86%、對照組為 7.77%，低於其他單元的正確率（49.04%-68.66%）。研究者認為，「牛吃草單元」雖為「速率單元」之轉型，然其原有草量之固定性及增加草量、牛隻數影響每天用草量之可變性考驗著學生解題程序與邏輯運用，而此牽涉到原始草量、增加草量、牛隻數及天數等四個變數的邏輯脈絡，與小學階段常用的單一命題一至二個未知數的慣例大相逕庭，此或許是造成解題正確率降低的主因。檢視兩組學生答題狀況後發現，兩組學生於「牛吃草單元」的關鍵基模運用為解題成功的重要影響因素。實驗組學生於「擬訂計畫階段」能進行天數與草量比較、原始草量及增加草量區分，且在「執行計畫階段」能運用牛隻數區分消耗草量的概念進行解題，亦即在解題邏輯與脈絡的表現上較對照組優異，亦能較為清楚地釐清四個變項的邏輯關係。此呼應了楊淑靜（2007）提出，幫助學生經由圖示的方式將問題具體化、直觀化，能回憶過去類似的情境，並提高解題成效的看法。

「排列組合單元」中的「排列」與「組合」兩概念的同時運用，也考驗著學生解題邏輯的程序完整性。檢視受試學生解題歷程發現，在「執行計畫階段」，實驗組學生多以「邏輯」解題方式進行解題，而對照組學生則出現使用「枚舉法」解題案例。例如：乙式題 11【請問用數字 1、2、5、9 可以排出幾個四位數偶數？】，實驗組成功答題學生多將「2」固定於個位數，而將 1、5、9 三數字做數字排列計算，求得 3 × 2 × 1 = 9 個偶數；而對照組成功答題者除上述解法外，卻有多數個案利用枚舉法算出正確答案。由此或可推論，經由圖像式脈絡解題引導，實驗組學生已然建立正確解題邏輯思維，並實際運用。

相關研究指出，提供學習者故事情境脈絡

的學習，可以有效增加其大腦內部脈絡及意義的組合，從而提升學習效能（Sprenger, 2010）；而資優生對於圖畫的轉化能力明顯比一般生為佳（張馨仁，2000；van Garderen, 2006）。是以，本研究受試學生於「牛吃草單元」與「排列組合單元」中的效果值呈現中度效果，此結果呼應了「情境模式的數學教學對於學生的數學成就與認知的確有其成效」的說法（Greiffenhagen & Sharrock, 2008），並在屬於高層次思考範疇的奧林匹亞數學獲得支持。

二、學習保留成效分析討論

本段旨在了解兩組受試學生在「學習保留成效」上之差異情形。由於追蹤測驗於實驗處理後一個月舉行，造成受試者遺失的狀況需先做討論。根據統計，實驗組參與追蹤研究共 20 人，對照組為 17 人；為避免遺失值所造成的可能誤差，先以「參與追蹤測驗者」及「未參與者」在「前測」及「後測」上進行迴歸係數同質性考驗以了解其同質性，確認兩類學生無同質性差異所可能造成誤判之虞後，再行後續資料分析。

（一）學習保留成效差異考驗

1.遺失樣本的同質性檢定

「參與追蹤測驗者」及「未參與者」在前、後測的同質性檢定如表八。統計發現，兩者學生在前、後測之實驗三單元的迴歸係數同質性考驗皆未達顯著效果，顯示兩者為同質狀況，參與後測學生應能代表原始之母群體，進行此教學實驗研究學習保留成效之推論。

2.參與追蹤學生學習保留成效統計分析

參與追蹤測驗之實驗組與對照組學生於各單元之得分平均數、標準差、調整後平均數及正確率，見表九。

參與追蹤測驗之兩組學生的同質性檢定上，於實驗三單元之迴歸係數同質性 F 值分別為 .313、2.646 及 .880（p = .580、.113 及.355），皆未達顯著差異，顯示兩組參加追蹤測驗之學生，於實驗三單元之迴歸係數同質。

表八　參與及未參與追蹤測驗學生於實驗三單元迴歸係數同質性考驗摘要

實驗單元	組別	變異來源	離均差平方和	自由度	均方	F 值	p 值
速率	實驗組	組別×共變項	.017	1	.017	.008	.930 $^{n.s.}$
		誤差	57.469	26	2.210		
	對照組	組別×共變項	2.927	1	2.927	1.277	.269 $^{n.s.}$
		誤差	59.592	26	2.292		
牛吃草	實驗組	組別×共變項	.195	1	.195	.501	.485 $^{n.s.}$
		誤差	10.105	26	.389		
	對照組	組別×共變項	.491	1	.491	2.092	.160 $^{n.s.}$
		誤差	6.100	26	6.100		
排列組合	實驗組	組別×共變項	.239	1	.239	.280	.601 $^{n.s.}$
		誤差	22.231	26	.855		
	對照組	組別×共變項	1.216	1	1.216	.704	.409 $^{n.s.}$
		誤差	44.896	26	1.727		

註：*n.s.*表示無顯著差異。

表九　學生學習保留成效之前測及追蹤測得分平均數、標準差、調整後平均數及正確率

單元類別	測驗類別	實驗組					對照組				
		N	*M*	*SD*	調整後平均數	正確率%	*N*	*M*	*SD*	調整後平均數	正確率%
速率	前測	20	.310	1.356		4.42	17	1.470	1.280		21
	追蹤測	20	4.300	1.260	4.107	61.42	17	3.352	1.366	3.342	47.89
牛吃草	前測	20	.100	.307		3.33	17	.117	.332		3.9
	追蹤測	20	1.100	.788	1.103	36.67	17	.588	.618	.597	19.60
排列組合	前測	20	1.200	1.281		24	17	1.176	1.333		23.52
	追蹤測	20	3.600	.940	3.064	72.00	17	2.705	1.358	2.704	54.10

進行共變數分析發現，「速率單元」之 F 值 = 3.556（p = .068），未達顯著差異，在「牛吃草單元」及「排列組合單元」中之 F 值分別為 6.154 及 5.892（p = .018、.021），皆達到顯著差異，此狀況與立即學習成效相同。在效果值部分，η^2 = .161 及.151 屬於高度效果，顯示以圖像式情境數學教材進行「牛吃草單元」及「排列組合單元」之教學，對於提升學生學習保留成效有高度效果，此結果與此兩單元在立即學習成效顯著之情況相符，並呼應 Mayer 和 Anderson（1991）認為以圖示呈現題目有助於學習，其記憶效果亦比文字問題為佳之說法。

（二）學習保留成效的綜合討論

本研究發現，實驗組與對照組學生在「速率單元」之學習保留成效部分並無顯著差異，此與立即學習成效不顯著的情況相同。檢視追蹤測答題狀況亦發現，兩組學生於「了解問題階段」之表現差異不大，而在「擬訂計畫階段」亦有相似水準，僅在「執行計畫階段」出現解題些微落差。研判原因是兩組學生中之普通班數學在「速率」概念已有提及，以致整體先備概念之完整性相近，在不同教材的教學下能顯現之能力差異已有限。惟此仍需進一步研究方可得知。

進一步探究受試學生於此兩單元之表現可發現，參與保留測驗與後測學生於「排列組合單元」之表現呈現相對穩定的狀況，而學生於「牛吃草單元」之正確率相較於後測卻呈現倍數成長。研究者檢視參與追蹤測學生之前測、後測、追蹤測答題狀況後發現，兩組學生於牛吃草單元後測之答題表現多在「執行計畫階段」出現錯誤，並於「了解問題階段」及「擬訂計畫階段」建立正確基模，顯示於實驗教學後，學生已能掌握基本概念，而經由實驗後一個月的反思，學生於追蹤測驗之「執行計畫階段」多能有效調整而正確解題，進而提升正確率。在「排列組合單元」部分，受試學生於「了解問題階段」及「擬訂計畫階段」表現相對穩定而無差異，而在「計畫執行階段」出現差異落差。

三、基模的分析討論

本研究為了解兩組學生在不同教材的學習下，對實驗三單元基模之影響，於正式各單元實驗處理前、後皆進行單位「基模」的測試分析，包含陳述性及程序性知識兩類。如下所述：

（一）基模的差異考驗

實驗組學生與對照組學生在各實驗子單元後測的調整後平均數上升情形如表十。

表十　兩組學生在實驗三單元基模測驗得分情形

單元類別	測驗類別		實驗組 M	實驗組 SD	實驗組 調整後平均數	對照組 M	對照組 SD	對照組 調整後平均數
速率	陳述性知識	前測	5.100	1.348		5.100	1.539	
		後測	7.266	.980	7.267	6.866	1.195	6.867
	程序性知識	前測	6.533	2.239		7.000	2.406	
		後測	10.766	1.430	10.856	9.866	2.080	9.778
牛吃草	陳述性知識	前測	.133	.507		.200	.610	
		後測	1.533	.507	1.544	1.300	.466	1.289
	程序性知識	前測	1.033	.999		.933	1.229	
		後測	3.200	.924	3.178	2.366	.889	2.389
排列組合	陳述性知識	前測	3.466	1.736		3.466	1.655	
		後測	5.966	.182	5.967	5.700	.952	5.700
	程序性知識	前測	4.300	2.151		4.500	2.315	
		後測	7.033	.964	7.067	6.466	1.252	6.433

考驗兩組學生在實驗三單元中前、後測於陳述性及程序性知識得分之迴歸係數同質性考驗後發現，兩組受試學生的「陳述性知識」在速率單元、牛吃草單元及排列組合單元的 F 分別為 1.228、.409 及.684，顯著性 p 值為.272、.525 及.412 皆大於.05；「程序性知識」在牛吃草單元與排列組合單元的 F 分別為.968 與 2.990，顯著性 p 值為.329 及.089 皆大於.05。顯示實驗組與對照組除速率單元之程序性知識外，皆未達顯著，表示組內迴歸線平行，符合組內迴歸係數同質性的基本假定，可進行共變數分析。而速率單元之程序性知識則因其 $F = 6.180$（$p = .016 < .05$），達顯著差異，不符合迴歸係數同質性考驗，不能直接進行共變數分析。惟因其實驗處理效果間組別之差異顯著，故改用詹森－內曼之統計方法進行實驗處理效果間組別之差異比較。

1.陳述性知識的考驗結果

去除前測分數影響後，實驗組與對照組在牛吃草單元的陳述性知識主要效果（$F = 4.731$，$p = .034 < .05$）呈現顯著差異；在速率單元（$F = 2.425$，$p = .125 > .05$）及排列組合單元（$F = 2.299$，$p = .135 > .05$）則未達顯著效果。

2.程序性知識的考驗結果

根據考驗結果，牛吃草單元及排列組合單元的程序性知識均達顯著效果（分別為 $F = 15.969$，$p = .000 < .001$ 及 $F = 8.522$，$p = .005 < .01$），即實驗組學生在圖像式情境脈絡數學教材的教學下，其在牛吃草單元及排列組合單元的程序性知識與對照組學生有顯著差異。速率單元之程序性知識在經由「詹森－內曼法」校正後發現，前測程序性知識在 7.39 分以下的受試者，接受圖像式情境脈絡數學教材學習，於速率單元的程序性知識能較純文字教材有較好的成效。

（二）知識基模的綜合討論

本研究將兩組學生於實驗三單元知識基模之差異發現統整為表十一，以利檢視。

表十一　實驗組與對照組知識基模的結果比較

		知識類別	
	實驗單元	陳述性知識	程序性知識
實驗組 v.s.對照組	速率問題	*n.s.*	（7.39 分以下）
	牛吃草	*	*
	排列組合	*n.s.*	*

註：*表兩組間有顯著差異；*n.s.*表無顯著差異。

分析發現，兩組受試學生在「陳述性知識」上，僅於牛吃草單元達到顯著效果，其在效果值的表現上為.077，屬於中度效果；在「程序性知識」上，則於三單元皆達顯著，牛吃草單元效果值為.223，有高度效果；排列組合單元效果值為.136，亦有接近高度效果的表現。速率單元部分，在程序性知識 7.39 分以下者（總分 12 分）方有顯著效果，效果值為.108，顯示仍有其中度效果。上述效果值亦可發現，圖像式情境脈絡數學教材在協助受試學生程序性知識的建立上，有中、高度效果不等的表現，在陳述性知識上應用價值則略低。綜合而言，圖像式情境脈絡數學教材相對於一般純文字教材而言，在陳述性知識的建立上並無顯著效果差異，在程序性知識上則有較明顯之效果。

由於本研究中知識基模的測量點，設定在每單元實施前、後進行基模檢測，是否因為前後單元概念相關或實驗者能力成熟的因素，造成實驗單元中或可能造成考驗偏誤的疑慮，在此一併敘明。在速率單元部分，內包含三個實驗小單元，分別為基礎速率問題（點對點關係）—火車過橋問題（線段對線段關係）—流水行船（速率加減）。其中，火車過橋問題為基礎速率問題的接續問題，且火車行橋問題僅是將「點對點」的關係延伸為「線段對線段」的關係，亦即僅做概念基模的延伸（此為了解問題階段的概念深化）。基模具有其可變性，當學習者在熟悉的外在環境情況下，較符合的基模就會選出。此外，基模也具有整合性，亦即，當 A 基模被嵌入 B 基模當中時，除了本身的基模活化外，被嵌入的基模也同時被活化（Rumelhart & Ortony, 1977）。基模是不斷地植基在另一個初級概念的活化與成長，速率單元的基模差異不明顯的狀況，是否是因為教導基礎速率問題後，學生在速率問題的概念基模上已有增長、變化或整合所致，仍值得商榷。在牛吃草單元部分，由於此類問題對兩組受試學生幾乎都是嶄新的課題，而其「草量」的增加亦牽涉到「速率」問題的相關概念，因而提供受試學生一個基模比對與延伸的機會。此狀況呼應 Schoenfeld（1992）之說法，認為解題者在解題的過程中，會有意識的地決定扭轉策略，並將問題重新比對，以尋求有幫助的相關基模來解題，或者對問題做再確認的動作。由研究結果觀之，兩組受試學生在牛吃草單元的知識基模呈現顯著差異，本研究推論，在「新課題」的教學成效上，若以圖像式情境脈絡進行教學，其成效應比純文字布題教學成效為佳，尤其是在程序性知識的建立上更為顯著。在排列組合單元部分，兩組受試學生於陳述性知識之差異並不明顯，而在學生解題的狀況中，學生皆具備簡易排列或組合的概念，並能使用「枚舉法」解題。誠如研究指出，在學習某個主題前，讓學生預測一些與教材有關的事情，都有助於讓學習者有意地使用先前的知識基模（張春興，1994）。本研究推論，在排列組合單元中，陳述性知識或可能因為受試者先

備經驗的影響，導致無顯著差異之情況；而在程序性知識上，則因為數字擴大討論時，若仍採用枚舉法會有解題上的困難。結果發現，經由圖像式情境脈絡數學教材的程序性知識建立，輔助實驗組學生在解題程序上的建構後，實驗組在排列組合問題上的程序性知識優於對照組。

研究結論與建議

情境脈絡教材為數學教育的重要趨勢之一，而資優生的具象化思考能力及高認知強度的學習需求亦應得到滿足。本研究設計圖像式情境脈絡數學教材，揉合高層次認知需求的奧數及傳統名著《三國演義》，發展成為繪本式圖像式教材「奧數三國志」，藉以了解資優生於學習圖像式情境脈絡數學教材的立即學習成效、學習保留成效及其基模差異。本段首先統整研究結果做成結論，最後針對研究發現提出建議，以供後續研究者參考。

一、研究結論

（一）圖像式情境脈絡數學教材能有效提升學習成就表現

本研究結果發現，圖像式情境脈絡數學教材能明顯提升實驗組學生在牛吃草單元及排列組合單元之立即學習成效，在學習保留能力的展現上亦有相同的效果。此呼應了情境具有線索指引的功能，可以幫助人在記憶時形成具有線索指引的內在表徵（Brown et al., 1989）；故事式的數學學習有助於提升解題技巧與流暢性（林曉菁、姚如芬，2006）。以圖像式情境脈絡的方式進行教學，對「初始概念」在陳述性知識及程序性知識的建立上具正向作用，進而可對學生學習產生立即及保留的正向效果。由數學解題歷程觀之，圖像式情境脈絡數學教材能在「了解問題」階段輔助學生了解陳述性知識，並且能在「擬訂計畫」及「執行計畫」階段連結有效建立程序性知識，以利後續解題提取相關基模整合運用。

（二）圖像式情境脈絡數學教材對於基模改變具有正向作用

基模改變是影響學生學習成效的關鍵因素。McLellan （1996）認為，「故事」在情境學習中非常重要，能幫助學生追憶當初的發現，且對於所學的知識能形成一個有意義的記憶結構。本研究發現，圖像式情境脈絡數學教材有助於提升實驗組學生在牛吃草單元的陳述性知識。研究者推論，或許因情境脈絡關係，類似故事情節的概念基模建立能引發學生較強的興趣與動機，以致陳述性知識於初始概念的建立上有正向效果，有助於學生於了解問題階段的精進，此亦呼應「情境學習可以提供學生概念重組的機會，且對數學知識能有更深層的了解」之看法（Megan & Elham, 2001）。

本研究並發現，在「情境脈絡」支持下，學習者能形成較佳的程序性知識，使其在抽取成功解題基模經驗上更加順遂，在跨概念整合問題的解題上能順利整合舊有基模，形成鷹架並系統性地統整思考。單元差異部分發現，實驗組學生於牛吃草單元及排列組合單元的程序性知識相較於實驗前有顯著差異，在速率單元則呈現部分效果。深究其程序性知識之改變可知，實驗組學生能有效地將「點對點」的分散基模連結成模組，例如：在牛吃草單元中，學生能先運用牛隻數與天數先行計算出總草量，再利用天數差異分析每日增生單位草量，而後以增生單位草量、原草量與所求布題關係計算所求。此三段程序運用基礎乘法概念、速率概念及等分除概念運用三類基模，然研究發現，實驗組學生經由圖像式情境脈絡數學教材之教授後，能順利整合多種基模於跨概念命題的解題程序中。

綜合而言，本研究發現圖像式情境脈絡數

學教材使用情境脈絡結合數學概念及解題程序於故事中，似能有效因應資優生對圖像學習的需求，並可減低其記憶負荷量。而在提升其學習動機外，在故事脈絡鷹架引導下，亦能有效增強資優生對數學解題程序的掌握度及後續的基模提取，進而提升學習成效與知識保留。由以上研究結果發現提出以下結論：

1.情境脈絡布題在提升學生解題程序知識的習得與保留上，具有顯著正向作用。

2.使用圖像式情境脈絡數學教材，能有效建立學生解題知識基模的完整性、提高學習成效，並強化其脈絡回憶的強度。

二、反思建議

本研究之圖像式情境脈絡數學教材為「繪本式」的教材設計，每段文字解說皆搭配圖像，以協助學生建立脈絡心象，且以「一單元故事情境、一完整概念及解題脈絡」方式設計。本研究發現，高年級資優班學生將文字情境轉換為內在心像圖畫的能力確已具備。然為符應資優生思緒流暢性與學習速度，建議使用圖像式情境數學教學時，採有意義且連貫性的情境文字脈絡營造解題情境，於「關鍵概念」再以圖片加強及輔助學生建立心像，如此將可兼顧學生情境形成的需求，並可加速情境脈絡的構築。例如：在「了解問題階段」之始，應提供至少一個圖像以協助學生透過情境建立進行陳述性知識型塑與內在基模比對，而其餘情境脈絡則以純文字呈現；在「擬訂計畫階段」亦應在每個關鍵概念呈現至少一個圖像協助心象脈絡建立與情境串連；最後，在「執行計畫階段」，則透過圖像方式完整呈現執行關鍵程序，以有效建立解題之程序性知識。最後，本研究雖於測驗工具之編製上已力求嚴謹客觀，然僅由兩位專家檢核評量工具內容所產生的適切性問題，建議未來若繼續研究，宜建立更精緻嚴謹的效度證據。

參考文獻

方吉正、張新仁（2000）：認知學徒制在國小數學解題教學成效之研究。**課程與教學季刊**，**3**（4），49-72。[Fang, Ji-Jeng, & Chang, Shin-Jen (2000). A study of teaching mathematical problem solving through cognitive apprenticeship at the primary school level. *Curriculum and Teaching Quarterly*, *3*(4), 49-72.]

王昭傑（2012）：充實還是加速？國小階段奧林匹亞數學的教材分析：以因數倍數單元為例。**資優教育季刊**，**122**，24-32。[Wang, Jhao-Jie (2012). Acceleration or enrichment? An analysis of olympiad mathematics curriculum materials in elementary school- An example of math course on factors and multiples. *Gifted Education Quarterly*, *122*, 24-32.]

王昭傑（2013）：由「學生因素」與「課程因素」構築的資優數學樣貌。**資優教育季刊**，**127**，23-32。[Wang, Jhao-Jie (2013). Gifted mathematical concepts: An examination of student and curriculum factors. *Gifted Education Quarterly*, *127*, 23-32.] doi: 10.6218/GEQ.2013.127.23-32

田方方（2012）：淺析奧數對中小學數學教育的影響。**考試周刊**，**73**，60-61。[Tian, Fang-Fang (2014). Influence of primary and secondary education in Olympiad Mathematics. *Exam Weekly Publication*, *73*, 60-61.]

吳金聰（1999）：**應用數學新課程教學理念於三年級小學數學教學之研究**。國立屏東師範學院國民教育研究所碩士論文（未出版）。[Wu, Chin-Tsung (1999). *A case study of applying new mathematical instruction on* *decimal to third graders.* Unpublished master's thesis, National Pingtung University of Education, Pingtung.]

林曉菁、姚如芬（2006）。「故事式」面積教學模組之初探。**科學教育研究與發展季刊，44**，37-57。[Lin, Xio-Jean, & Yao, Ru-Fen (2006). Preliminary "story type" area of teaching modules. *Science Education Research and Development Quarterly*, *44*, 37-57]

許美華（2003）：從認知論的觀點來看乘法文字題之解題歷程。**屏師科學教育，17**，35-44。[Hsu, Mei-Hua (2003). The problem solving process of multiplication word problems from the point of view of cognitive theory. *Science Education of National PingTung Teachers College*, *14*, 35-44.]

康梅玉（2013）：學習奧數，優化教學。**教育教學探討，6**，348。[Kang, Mei-Yu (2013). Learning Olympiad mathematics, optimizing teaching. *Education Teaching*, *6*, 348.]

游安軍（2009）：如何正確認識「奧數」的教育價值。**數學教育學報，18**（5），69-71。[Yu, An-Jean (2009). How to recognize the educational value of "Olympiad Mathematics" correctly. *Journal of Mathematics Education*, *18*(5), 69-71.]

黃敏晃（2001）：淺談數學解題。**教與學，23**，2-15。[Huang, Min-Huang 2001). How to solve mathematics. *Journal of Teaching and Learning*, *23*, 2-15.]

張春興（1994）：**教育心理學**。臺北：東華。[Zhang, Chun-Xing (1994). *Educational Psychology*. Taipei, Taiwan: TungWah.]

張新仁（2003）：**學習與教學新趨勢**。臺北：心理。[Zhang, Xin-Yan (2003). *A new trend of learning and teaching*. Taipei, Taiwan:. Psychological.]

張娟萍（2012）：奧數熱問題分析及奧數教學策略改進。**中學教學參考，29**，4-6。[Zhang, Juan-Ping (2012). An analysis and the improvement of teaching strategies of Olympiad Mathematics. *Middle School Teaching Reference*, *29*, 4-6.]

張馨仁（2000）：從 Dabrowski 的理論看資優生的情緒發展。**資優教育季刊，74**，6-18。[Zhang, Xin-Yan (2000). From Dabrowski's overexcitability theory to analyze the emotion development of gifted student. *Gifted Education Quarterly*, *74*, 6-18.]

楊淑靜（2007）：**結合圖示與擬題教學策略進行四則運算文字題補救教學之策略：以國小三年級為例**。國立屏東教育大學數理教育研究所碩士論文（未出版）。[Yang, Shu-Ching (2007). *A research on remedial instruction composed of schematic drawing and problem-posing teaching strategies in the elementary arithmetic word problems～An example of remedial instruction for third graders*. Unpublished master dissertation. National Pingtung University of Education.]

劉秋木（1996）：**國小數學科教學研究**。臺北，五南。[Liu, Chiu-Mu (1996). *Elementary school mathematics teaching and research*. Taipei, Taiwan. Wu Nan Publishing.]

Alibali, M. W., & Nathan, M. J. (2012). Embodiment in mathematics teaching and learning: evidence from learners' and teachers' gestures. *The Journal of the Learning Sciences, 21*, 247-286. doi: 10.1080/10508406.2011.611446

Anderson, J. R. (1983). *The architecture of cognition*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Anglin, G. J., & Stevens, J. T. (1986). Prose-relevant pictures, and recall from science text. *Perceptual and Motor Skills*, *63*, 1143-1148. doi: 10.2466/pms.1986.63.3.1143

Assouline, S., & Lupkowski-Shoplik, A. (2011). Curricula and materials. In S. Assouline & A. Lupkowski-Shoplik (Eds.), *Developing math talent: A guide for educating gifted and advanced learners in math* (2nd ed., pp. 219-253) . Waco, TX: Prufrock.

Betts, G. T., & Kercher, J. (1999). *Autonomous learner model: Optimizing ability.* Greeley, CO: ALPS.

Bloom, B. (Ed.). (1956). *Taxonomy of educational objectives. Handbook I: Cognitive domain*. New York, NY: David McKay.

Brown, J. S., Collins, A., & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher*, *18*, 32-42. doi: 10.3102/0013189X018001032

Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction.* Cambridge, MA: Belknap Press. doi: 10.1119/1.2350966

Clark, B. (2007). *Growing up gifted: Developing the potential of children at home and at school* (7th ed.). Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.

Collins, A., Brown, J., & Newman, S. (1987). *Cognitive apprenticeship: Teaching the crafts of reading, writing, and mathematics*. In L. B. Resnick (Ed.), *Knowing, learning, and instruction: Essays in honor of Robert Glaser* (pp. 453-494). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Deal, L. J., & Wismer, M. G. (2010). NCTM principles and standards for mathematically talented students. *Gifted Child Today*, *33*(3), 55-65.

Fennell, F. S., & Rowan, T. (2001). Representation: An important process for teaching and learning mathematics. *Teaching Children Mathematics*, *7*(5), 288-292.

Gavin, M. K., & Sheffield, L. J. (2010). Using curriculum to develop mathematical promising in the middle grades. In M. Saul, S. G. Assouline, & L. J. Sheffield (Eds.), *The peak in the middle: Developing mathematically gifted students in the middle grades* (pp. 51-76). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Greeno, J. G. (1987). Instructional representations based on research about understanding. In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 61-88). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Greeno, J. G. (1998). The situativity of knowing, learning, and research. *American Psychologist*, *53*(1), 5-26. doi: 10.1037//0003-066X.53.1.5

Greeno, J. G., Smith, D. R., & Moore, J. L. (1993). Transfer of situated learning. In D. K. Detterman & R. J. Sternberg (Eds.), *Transfer on trial: Intelligence cognition, and instruction* (pp. 99-167). Norwood, NJ: Ablex.

Greiffenhagen, C., & Sharrock, W. (2008). School mathematics and its everyday other? Revisiting Lave's "Cognition in practice". *Educational Studies in Mathematics*, *69*(1), 1-21. doi: 10.1007/s10649-008-9115-7

Guilford, J. P. (1967). *The nature of human intelligence*. New York, NY: McGrew-Hill.

Koedinger, K. R., & Nathan, M. J. (2004). The real story behind story problems: Effects of representation on quantitative reasoning.

Journal of the Learning Sciences, *13*, 129-164. doi: 10.1207/s15327809jls1302_1

Kouba, V. L., Brown, C. A., Carprnter, T. P., Lindquist, M. M., Silver, E. A., & Swafford, M. M. (1988). Results of the forth NAEP assessment of mathematics: Number, operations, and word problems. *Arithmetic Teacher*, *35*, 14-19.

Larkin, J. H., & Chabay, R. W. (1989). Research on teaching scientific thinking: Implications for computer-based instruction. In L. B. Resnick & L. E. Klopfer (Eds.), *Toward the thinking curriculum: Current cognitive research*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Lester, K. F. (1980). Research on mathematical problem solving. In R. J. Shumway (Ed.), *Research in mathematics education* (pp. 286-318). Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.

Maker, C. J. (1982). *Curriculum development for the gifted*. Austin, TX: Pro-Ed.

Marshall, S. P. (1995). *Schemas in problem solving*. New York, NY: Cambridge University Press. doi: 10.1017/CBO9780511527890.006

Mayer, R. E., & Anderson, R. B. (1991). Animation need narration: An experimental test of a dual-coding hypothesis. *Journal of Educational Psychology*, *83*(4), 484-490. doi: 10.1037//0022-0663.83.4.484

Mayer, R. E. (1992). *Thinking problem solving cognition* (2nd ed.). New York, NY: W. H. Freeman and Company.

Mayer, R. E. (2000). Intelligence and education. In R. J. Sternberg (Ed.), *Handbook of intelligence* (pp. 519-533). New York, NY: Cambridge University Press. doi: 10.1017/CBO9780511807947.024

McLellan, H. (1996). Situated learning: Multiple perspectives. In H. McLellan (Ed.), *Situated learning perspectives* (pp. 5-17). Englewood Cliffs, NJ: Educational Technology.

Megan, L. F., & Elham, K. (2001). Learning to teach mathematics: Focus on student thinking. *Theory Into Practice*, *40*(2), 102-109. doi: 10.1207/s15430421tip4002_4

Montague, M., Warger, C., & Morgan, T. H. (2000). Solve it! Strategy instruction to improve mathematical problem solving. *Learning Disabilities Research and Practice*, *15*(2), 110-116. doi: 10.1207/SLDRP1502_7

Nathan, M. J. (2008). An embodied cognition perspective on symbols, gesture, and grounding instruction. In M. DeVega, A. M. Glenberg, & A. C. Graesser (Eds.), *Symbols and embodiment: Debates on meaning and cognition* (pp. 375-396). Oxford, England: Oxford University Press. doi: 10.1093/acprof:oso/9780199217274.003.0018

National Assessment Governing Board. (2002). *Mathematics Framework for the 2003 National Assessment of Educational Progress.* Washington, DC: Author.

O'Boyle, M. W. (2008). Mathematically gifted children: Developmental brain characteristics and their prognosis for well-being. *Roeper Review*, *30*(3), 181-186. doi: 10.1080/02783190802199594

Patkin, D., & Gazit, A. (2011). Effect of difference in word formulation and mathematical characteristic of story problems on mathematics perservice teachers and practising teachers. *International Journal of Mathemat-*

ical Education in Science and Technology, *42*(1), 75-87. doi: 10.1080/0020739X.2010.519790

Pedersen, N. J. L. L., & Rossberg, M. (2010). Open-endedness, schemas and ontological commitment. *Nous*, *44*(2), 329-339.

Piaget, J. (1990). *The child's conception of the world*. New York, NY: Littlefield Adams.

Polya, G. (1975). *How to solve it*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Rivera, F. D. (2010). Visual templates in pattern generalization activity. *Educational Studies in Mathematics*, *73*(3), 297-328. doi: 10.1007/s10649-009-9222-0

Rotigel, J. V. (2000). *Exceptional mathematical talent: Comparing achievement in concepts and computation.* Unpublished doctoral dissertation, Indiana University of Pennsylvania, Indiana, PA.

Renzulli, J. (1977). *The enrichment triad model: A guide for developing defensible programs for the gifted and talented*. Mansfield Center, CT: Creative Learning Press.

Rumelhart, D. E., & Ortony, A. (1977). The representation of knowledge in memory. In R. C. Anderson, R. J. Spiro, & W. E. Montague (Eds.), *Schooling and the acquisition of knowledge* (pp. 99-135). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Sheffield, L. J. (1994). *The development of gifted and talented mathematics students and the National Council of Teachers of Mathematics Standards* (Report No. RBDM 9404). Storrs, CO: National Research Center on the Gifted and Talented, University of Connecticut.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving.* Orlando, FL: Academic Press. doi: 10.1016/B978-0-12-628870-4.50008-6

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York, NY: MacMillan.

Sowder, L., & Sowder, J. T. (1982). Drawn versus verbal formats for mathematical story problem. *Journal for Research in Mathematical Education, 13*(5), 324-331. doi: 10.2307/749006

Sprenger, M. (2010). *Brain-based teaching: In the digital age*. Alexandria, VA: ASCD.

Thomas, J. N., & Tabor, P. D. (2012). Developing quantitative mental imagery. *Teaching Children Mathematics, 19*(3), 174-183. doi: 10.5951/teacchilmath.19.3.0174

Ticknor, C. (2012). Situated learning in an abstract algebra classroom. *Educational Studies in Mathematics*, *81*(3), 307-323. doi: 10.1007/s10649-012-9405-y

van Garderen, D. (2006). Spatial visualization, visual imagery, and mathematical problem solving of students with varying abilities. *Journal of Learning Disabilities*, *39*(6), 496-506. doi: 10.1177/00222194060390060201

收稿日期：2014.10.17
接受日期：2015.05.11

Bulletin of Special Education
2015, 40(3), 59-88

Effect of Situated Context Instruction in Mathematics Incorporating Pictures for Gifted Elementary School Students

Jhao-Jie Wang
Doctoral Student,
Dept. of Special Education,
National Taiwan Normal University

Mei-Fang Chen
Professor,
Dept. of Special Education,
National Taiwan Normal University

ABSTRACT

Purpose: Situated learning theory suggests that knowledge learning is embedded within a context. According to this theory, this quasi-experimental study explored the effect of situated context instruction in mathematics incorporating pictures (SCIMIP) on gifted elementary school students. **Method:** Sixty gifted students from 11 elementary schools in Taipei City participated in the study and were evenly divided into an experimental group and a control group. The participants in both groups attended 18 sessions during a 3-month extracurricular intervention. The mathematics materials used for both groups were adapted from the materials used in the Mathematical Olympiad, a challenging competition for students with high levels of mathematics ability. The experimental group received SCIMIP; the mathematics problems used for this group were embedded within pictures and story contexts. The control group was guided through traditional problem-solving materials used to prepare for Mathematical Olympiad. The materials were divided into 3 units: Velocity, Cow and Grass, and Permutation and Combination. SCIMIP emphasizes concept integration during the mathematics learning process. A pretest, posttest, and follow-up test were implemented before and after the teaching intervention. Three test instruments were developed for examining the learning effects, which included the effects on the immediate learning achievement performance, the learning retention performance, and the quantity of schema performance. Several one-way ANCOVA were conducted to examine learning effects in the experimental and control groups. **Results/Findings:** The major findings are outlined as follows: 1. SCIMIP benefited students in the experimental group, enabling enhanced immediate learning achievements and learning retention in the Cow and Grass and Permutation and Combination units. 2. SCIMIP aided the experimental group students in increasing declarative knowledge and procedural knowledge in the Cow and Grass unit and in the Cow and Grass and Permutation and Combination units, respectively. However, SCIMIP demonstrated a partial effect in the Velocity unit. In general, the experimental group significantly outperformed the control group in learning achievement and knowledge retention. The results suggested that the contextual clues might guide students in accumulating complete declarative knowledge of mathematics concepts and effective procedural knowledge of mathematics problem-solving strategies. **Conclusions/Implications:** SCIMIP helps students in establishing informative and integrated knowledge representation, particularly when students are learning initial concepts. Firmly established knowledge representation enhances performance in mathematics learning and retention. According to the study results, the researchers provide the following suggestions: In designing situated contexts for mathematics learning, teachers can effectively use pictures and stories. However, for some gifted students, mathematics problems embedded within picture and story contexts are only beneficial at the initial learning stages.

Keywords: Situated context instruction in mathematics, schema, learning retention, gifted students