

我們真的認識數學障礙嗎？ —臺灣數學障礙 20 年研究回顧與問題探究

王宣惠*

臺灣師範大學特教系

博士候選人

洪儷瑜

臺灣師範大學特教系

教授

數學能力影響個體日常生活與就業品質，亦為學習障礙者常見困難，但相較於閱讀障礙，數學障礙研究較少。本研究旨在了解臺灣數學障礙研究的樣貌，對照當代數學障礙定義與研究發現作為反思，主要回顧 1995 至 2017 年刊登於國內學術期刊之 26 篇數學障礙期刊論文以及 14 筆科技部研究，共計 40 筆數學障礙研究，進行內容分析。結果發現，臺灣數學障礙研究大致包括特質診斷與教學介入二主題，且以後者為多，顯示數學障礙學生的教學服務較受關注。整體而言，國內期刊論文實徵研究數量不多，且僅有少數能連結當代腦神經科學與核心缺陷之實證。在數學障礙概念的採用上，科技部研究與期刊論文之間有差距，科技部研究多反映出數學障礙定義的流變，但多數期刊論文仍採取差距標準。概念的差距反映出多數期刊論文對特質診斷的探究較忽略國際趨勢，研究對象可能與當代定義有差異而難以比對。此外，教學介入實徵證據少，且核心能力教學研究比率偏低。在八項科技部教學研究中，僅有一項探討基礎計算能力的教學；而在五篇實徵性期刊論文中，則主要探討資訊多媒體的應用、後設認知解題策略與圖示表徵策略對數學障礙學生文字題解題表現的效果。另外，國內期刊論文與科技部研究皆偏重文字題解題表現，且較缺乏語言歷程相關因素之區辨。本文根據上述發現，反思國內累積之實徵證據是否能提供教育工作者對數學障礙有完整的認識、引導出適合數學障礙學生的學習介入之探討，並據此對未來研究提出相關結論與建議。

關鍵詞：內容分析、文獻回顧、數學障礙、學習障礙

* 本文以王宣惠為通訊作者（modereto@gmail.com）。

前言

數學是學習障礙學生（以下簡稱學障生）普遍的問題，Geary（2004）指出，數學障礙約占總人口的 5%～8%，數學困難也是學障生被轉介的常見因素之一，僅次於閱讀。有超過 40% 的學障生在其個別化教育計畫（Individual Educational Program, IEP）中訂有數學領域的學習目標（Kavale & Reece, 1992）。研究也顯示，學障生的數學問題確有其嚴重性，例如：學前數學落後的幼童在學齡階段的表現也較一般同齡同儕落後，六年級學障生的簡單加法表現還不如三年級的一般生（Fleischner, Garnett, & Shepherd, 1982）。相較於一般學生的數學成長，學障生在 10 到 12 歲之間的進步是少的（Cawley, Parmar, Yan, & Miller, 1998）。而高中以後能運用基礎數學知識的學障生甚至不到四分之一（Algozzine, O' Shea, Crews, & Stoddard, 1987）。

為什麼數學是重要的？正如一般智力與閱讀能力影響個人生活與就業，數學對就業聘用、薪資與個人在工作職場的生產力也有影響，舉凡通勤交通工具的使用、工時與加班費的計算、工作的截止日期等，皆與數學有關。此外，李源順（2012）歸納數學與生活之關係，指出除了就學與就業需要外，還有居家生活、休閒生活、社區參與、情緒與身體健康以及個人責任與人際關係，數學能力的運用非常廣泛。然而，這也凸顯數學困難者長期面臨的生活成本與代價（Geary, 2013）。

在社會層次上，研究也指出，人民的數學低落對國家或政府將是可觀的成本耗費；反之，人民數學素養提升，則該國經濟表現也顯著較佳。近年經濟合作暨發展組織

（Organisation for Economic Co-operation and Development, OECD）指出，若一個國家的人民在數學與科學表現進步 0.5 個標準差，該國人均國內生產毛額（GDP per capita）年均增長率可增加 0.87%（OECD, 2010）。相關數據也顯示，數學教育質量的提升有助於 GDP 成長，例如：OECD 國家中未達學生能力國際評量計畫（Programme for International Student Assessment, PISA）最低標準者約有 18%，只要這群學生學力能提升至 PISA 最低標準，即可促使 OECD 全體國家 GDP 成長 0.68%。

綜合上述，數學困難是許多學障生的共通問題，亦是影響日常生活與就業的重要因素，對個人或社會層次皆有舉足輕重之影響。然而，相較於閱讀障礙（reading disabilities, 簡稱 RD），數學障礙（mathematics disabilities, 簡稱 MD）文獻曝光量較少。本研究認為，國外數學障礙文獻代表此領域研究的累積成果，具備新近性與代表性，而國內期刊與研究，則反映國內對數學障礙議題的詮釋與了解。故本研究在國際數學障礙研究的架構與趨勢下，以國外研究成果作為對照來比對國內研究並進行論證，探討國內在數學障礙領域的研究狀態與國外研究的差異。本文以數學障礙定義及當代研究發展作為回顧國內數學障礙研究之文獻背景，檢視國內 26 篇數學障礙的期刊論文以及 14 筆科技部研究資料，歸納其研究結果與限制，並討論國際新近研究對臺灣數學障礙研究的啟示，以作為國內在數學障礙教育與研究未來發展之參考。

文獻探討

早年特殊教育多從差距標準看數學障

礙，亦即學生智力與數學成就有顯著差距，故教育對低成就學生有較多關注；但根據特殊教育教科書內容，國內外特殊教育領域在說明數學障礙時，仍多從病理基礎、認知能力或缺陷談起，如數字概念、數感與數學事實等（王瓊珠，2018；Geary, 2013; Lerner & Johns, 2009），可見特殊教育本質上具有跨領域的特徵，與醫學、心理學、腦神經科學密不可分。故本研究文獻探討將先說明數學障礙的定義與核心能力，再談數學核心能力的腦神經生理證據以及數學障礙的教學介入。

一、數學障礙的定義與核心能力

根據美國精神醫學學會（American Psychiatric Association, APA）《精神疾病診斷與統計手冊》（Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders, DSM）第三版及第四版（APA, 1987, 1994），除了闡明數學困難必須影響個體學業成就與日常生活並排除感官因素外，更指出能力與成就是否達到差距標準是診斷重點。然而，到了 DSM 第五版（DSM-5），數學障礙診斷概念已由差距標準轉為強調核心能力缺陷（臺灣精神醫學會譯，2014）（見表一）。

DSM-5 列出數學障礙有兩種困難：其一是數感、數學事實提取或計算困難，其二則是數學推理、數學概念與計算程序方法運用困難。一般「計算障礙」（dyscalculia）是一種數學障礙的替代性名稱，主要特徵在處理數字資訊、學習數學事實、自動化的正確計算等問題（Butterworth, Varma, & Laurillard, 2011）。此外，DSM-5 更明列數學領域子項技巧包含數感、數學事實提取、正確或流暢的計算以及正確的數學推理。DSM 的改變，也呼應數字概念、數數與計算為近 20 年來研究指出的重要數學核心能力（Butterworth,

Varma, & Laurillard, 2011; Geary, 2013; Hulme & Snowling, 2009），以下將分別說明這些核心能力的概念。

（一）數字概念

嬰幼兒即已具備數字概念。對於數量差異，無法表達的嬰幼兒已有概算能力，能確切知道小數目物品的數量，也大概知道大數量的物品有多少。數字概念包含數感（subitize），即無需透過計算或數數即可正確意識物品的數量（通常約三到四個左右），能以非語言歷程或數數確認小數量物品的個數並進行加減，並具有估算物品相對幅度的能力，例如：知道物品增加意味著「更多」。

數字概念包含確切表徵系統（exact representational system）與估算系統（approximate system），二者皆是正式數學能力發展的基石。前者使兒童理解阿拉伯數字、文字與數量間的對應關係（如： $\diamond \square \circ = 3 = \text{三}$ ），後者則支援兒童在其他基礎數學領域學習。任何的缺損皆會影響數學發展，相關研究也證實有些數學障礙兒童的概算比同年齡同儕落後，有些數學障礙兒童在數量的非語文表徵與阿拉伯數字的對應上有困難（Geary, 2013）。

（二）數數

數數是測量的一種形式，也是加、減法計算的基礎。Gelman 與 Gallistel (1978) 指出，2 歲幼童已經開始學習「如何數數原則」（引自 Hulme & Snowling, 2009），包括「一對一」、「固定次序」與「基數」原則。也就是說，學前幼童知道一個物品只能數一次，並只能得到一個數字；他們知道數數必須以「1、2、3……」的固定順序數下去；也知道數到最後所得的數字就代表物品的總量。另外，他們還知道有「抽象原則」，即知道任何物品都可以數；以及「順序無關原則」，亦即數數結果不受物品被數的順序影響。上

表一 DSM 各版本數學障礙定義

版本 (年代)	數學障礙標準
DSM- III -R (1987)	<p>A. 在校一般學習能力及智力符合預期，但以個別化標準測驗測得的數學技能與預期應有的標準有一段距離。</p> <p>B. 上述缺失影響該生學業成就與日常生活中與數學有關活動的表現。</p> <p>C. 上述表現並非因視覺、聽力以及神經系統問題所造成。</p>
DSM- IV (1994)	<p>A. 在標準化個人測驗中，數學能力顯著低於預期應有程度（生理年齡、測量到的智力、適齡之教育程度）。</p> <p>B. 顯著影響其學業成就或日常生活需要數學能力的活動。</p> <p>C. 即使有一種感官缺陷，其數學困難也遠超過此缺陷影響所及。</p>
DSM-5 (2014)	<p>A. 存在學習和運用學術技巧的困難，雖經過針對性的介入，仍至少有一項下列症狀持續六個月以上：</p> <ul style="list-style-type: none"> • 在掌握數感、數學事實或計算上有困難。 • 數學推理有困難。 <p>B. 經由個別化學業成就測驗與完整臨床評估確認，在量化評量中，受影響的學業技巧顯著低於該年齡層應達程度，導致學業或職場表現或日常活動上有顯著困擾。</p> <p>C. 這些學習困難始於學齡階段，但可能直到學業技巧的要求超過個人能力限制時才顯現。</p> <p>D. 這些學習困難無法以智能不足、無法矯正的視力或聽力、其他精神或神經障礙症、心理社會不利因素、學業教導語言的不熟悉或教育不足做更好的解釋。</p>

述五項原則是一般兒童先天內隱的能力，並在學齡前臻於成熟。而數數原則的知識、數數的非基本特徵（例如不用每次都由左至右數），以及對違反數數原則與特徵的敏感度，則在學前萌發並至早期小學階段成熟。

相較於一般學童，數學障礙兒童在數數原則的覺察與應用上則有困難。LeFevre 等人（2006）針對小一學童覺察違反數數原則與特徵進行研究，發現一般學童能覺察細微的數數差異，但數學低落的學童則傾向認為所有數數方式都是正確的，除非錯誤非常明顯。另外，Geary、Hoard、Byrd-Craven 與 DeSoto（2004）發現，數學障礙兒童能發現

出現在最後一項物品的重複數錯誤，但卻無法覺察發生在第一項物品的重複數錯誤，顯示數學障礙者具有一對一的數數概念，但卻可能有工作記憶的困難。

（三）計算

數學計算能力包括數學事實自動化提取與多位數計算，數學障礙在數學事實自動化提取上已累積較多研究證據，但多位數計算的研究仍相當不足（連文宏、洪儷瑜，2017）。

數學事實提取係指將簡單計算（個位數計算）的答案直接從記憶中提取出來，而前述數字概念與數數則是此項能力發展的基

石。學前幼童仍大量依賴數數，有時會使用手指輔助策略或口語數數策略；接著，兒童會發展往上數的策略，如「最小程序」與「加總程序」策略，前者係指以大數為始的數上去程序，後者則是對兩個加數都從 1 開始數 (Geary, 2013)。數數的運用最終會導致記憶表徵的發展，亦即分解重組以及數學事實直接提取，前者如兒童處理 $8 + 7$ 時，先提取 $7 + 7$ 的答案，再加上 1，亦即以分解策略對部分數學事實進行提取再重新建構答案；後者則如當兒童處理 $5 + 3$ 時，可直接從長期記憶庫檢索並提取 8 的基本事實。以記憶為基礎的自動化檢索能降低認知負荷，而更有利個體解決複雜問題。研究也指出，數學障礙學生在精算、文字題、計算原則上都有顯著困難，也傾向使用較不成熟、較慢或較易出錯的策略，例如：仍需使用手指輔助加法 (Geary, 2013; Hulme & Snowling, 2009)。

多位數計算則可區分為基本型與複雜型 (連文宏、洪儷瑜, 2017)。基本型多位數計算如二位數減個位數的借位減法 (如 $10 - 3$ 、 $20 - 7$)，步驟單純；後者則如三位數與二位數進位加法和借位減法 (如 $329 + 34$ 、 $743 - 19$)，或二位數進位乘法 (如 54×28)，涉及較複雜的進、借位程序、位值概念與計算。連文宏與洪儷瑜 (2017) 以個案研究法探討國中數學障礙學生的多位數計算，發現無論是基本型或複雜型，數學障礙學生都無法以數學事實提取搭配心算進、借位程序做計算，仍然仰賴較原始的數數策略，顯示其計算能力發展上較一般生落後，計算速度也較緩慢。

二、數學核心能力的腦神經生理證據

Dehaene 與 Cohen (1997) 提出的三重編碼模式 (triple-code model)，將數字分為

阿拉伯數字視覺碼 (visual arabic code)、數量碼 (magnitude code) 和語言碼 (verbal code) 三種表徵，且對應腦區各不相同。視覺碼對應雙側枕葉—顳葉下方區域，主掌數量辨識與奇偶判斷；數量碼對應雙側頂葉下方，主掌數量、估算與比大小；語言碼則位於左腦顳葉腦溝邊緣，主掌數學事實記憶。除了區分不同腦區功能，Dehaene 與 Cohen 並透過雙向解離的方法驗證不同計算的屬性差異，加法可透過數量處理或記憶提取完成，減法涉及數量操作，而乘法則是記憶提取的歷程。其後，Dehaene、Piazza、Pinel 與 Cohen (2003) 以 fMRI 指出，學運作相關腦區為雙側頂內溝橫切面 (horizontal segment of the intraparietal sulcus, HIPS)、左側角回 (angular gyrus, AG) 與雙側後上頂葉 (posterior superior parietal lobes, PSPL)。其中，HIPS 與表徵數量有關，PSPL 與視覺空間處理有關，AG 與數的語言處理相關。本研究將依序針對數字概念、數數與計算等核心能力，說明近年研究累積之腦神經生理證據。

在數字概念的部分，文獻上多以估算、比大小與數字判斷作業進行研究。Piazza、Pinel、LeBihan 與 Dehaene (2007) 以阿拉伯數字與點陣二種形式讓一般成人進行估算，結果發現不論呈現方式為何，HIPS 活化反應都會隨適應降低，但當呈現與先前刺激差距大的實驗刺激時，HIPS 又會再度活化，確認了頂內溝與數量處理的關係；Cantlon、Brannon、Carter 與 Pelphrey (2006) 也透過點陣數量與形狀的操弄，發現 4 歲幼童與成人的頂內溝活動相似，證實數量的神經發展在個體經歷複雜的數字經驗前就已發生；Pinel、Dehaene、Rivière 與 LeBihan (2001) 的研究要求受試者判斷數字比 65 大或小，結果發現 HIPS 與 PSPL 都會同時活化；在數字

判斷作業上，Kucian 等人（2011）讓 8 至 10 歲兒童判斷數字組合中是否包含 2，結果發現計算障礙者不僅在雙側頂葉區活化較少，在額葉與枕葉也有差異；而 Zorzi、Priftis 與 Umiltà（2002）要求半側忽略（unilateral neglect）腦傷病人說出兩數字間的中點數字，這些病人雖無數學事實提取困難，卻往往錯誤回答較正確答案更大的數字（如說 2 和 6 中間的數字是 5）。

數數作業則涉及 HIPS 與 PSPL。Piazza、Mechelli、Butterworth 與 Price（2002）控制實驗點陣數量（一至四個點與六至九個點）與排列方式（規則與隨機），透過正子放射斷層造影發現數感與數數作業都會在外側中枕葉與頂顳葉區運作，但數數作業在枕顳葉活化程度較高。

而在計算上，研究發現大致可依實驗作業涉及數量操弄或記憶提取分為兩區，例如：Dehaene 等人（2003）透過比較不同數量操弄程度的作業（心算與唸讀數字；減法、乘法與簡單加法），發現個體進行心算、減法時，HIPS 活化較高，而當個體提取數學事實時（乘法、簡單加法），則 AG 活化程度高。Simon、Mangin、Cohen、Le Binhan 與 Dehaene（2002）以 fMRI 比較視覺空間、語音與計算等作業，也發現 AG 是唯一一個在語音、計算作業都會活化的頂葉區域，且對視覺空間作業無反應，凸顯出 AG 與數學語意的獨特關聯。

上述研究證實數學核心能力有其對應的神經生理基礎，並有別於語言與一般認知能力。其中，HIPS 主掌數量處理，PSPL 與視覺空間有關，由於比大小、估算、數數都可能同時涉及數量表徵與心理數線的空間感，故導致 HIPS 與 PSPL 同時活化（Dehaene, Spelke, Pinel, Stanescu, & Tsivkin, 1999; Pinel et al., 2001）。三大區中，AG 主掌數學事

實記憶，可直接對應至計算的簡單數學事實提取。此外，數學處理歷程的神經結構是動態的，近年 Kucian 與 von Aster（2015）也主張，大腦網絡的連結是認知運作成功的基礎，不同腦區之間的連結效能愈高，愈能有效傳遞、處理訊息。雖然研究尚待驗證累積，但也有證據顯示，計算障礙兒童在頂葉與額葉之間的連結缺損，例如：上縱束（superior longitudinal fasciculus, SLF）與 IPS 相鄰的部分似乎就受到影響。

三、數學障礙的教學介入

綜觀教學介入文獻，國際上對數學障礙教學原則已有共識，特殊教育教科書中列舉的明示教學、教學歷程順序、學習策略、自我教導、視覺表徵的運用、控制學習分量與難度，以及管理學生學習動機與行為等原則，經後設分析研究也被證明具有相當程度之效果量（Fuchs et al., 2008; Gersten et al., 2009; Kroesbergen & Van Luit, 2003; Lerner & Johns, 2009）。

在教學內容上，由於數學教學內容面向多元，相關後設分析也顯示許多研究關注的是解決學生在課程現場面臨的問題，例如：代數、分數或文字題等（Baker, Gersten, & Lee, 2002; Gersten et al., 2009），其中又以文字題的教學研究為多，自 1980 年代起至今，累積之數量已能獨自進行後設分析（Xin & Jitendra, 1999; Zheng, Flynn, & Swanson, 2013）。但隨著數學核心能力的研究發展，以及數個大型樣本研究證實不同的數學能力（計算、文字題）具有區別性的認知因素（Fuchs et al., 2005; Fuchs et al., 2006; Fuchs, et al., 2008; Swanson, 2006; Swanson & Beebe-Frankenberger, 2004），數學障礙的實務也因此受到影響。例如：Zheng 等人（2013）的後設分析就指出，數學障礙學生的共病特

質會影響文字題的教學結果，以單純數學障礙學生（students with MD only, 簡稱 MD-only）來說，實驗組與控制組的比較效果量達 .95，但對數學障礙合併閱讀障礙的學生（students with MD and RD, 簡稱 MD+RD）而言，比較效果量僅有 -.45，且在文字題解題的細部表現（如概念理解、以文字或符號標記問題）與整體表現上皆是如此。

上述研究證據也反映在國際學界對數學基礎核心能力教學的研究發展。連文宏（2018）彙整計算核心能力補救教學介入之研究，指出國外也有研究以數感與數學事實提取研發教學素材。數感教學主要以點陣與電腦對兒童進行看數能力的訓練，研究並發現讓學生看點陣報告數值是有效的訓練方式；在數學事實提取的教學上，則大致可分為機械式記憶策略與認知記憶策略二種，前者主要是讓學生看題回答，再提供答案正確與否之回饋，以機械式記憶策略讓學習障礙學生練習；後者則運用具體物品與數線操作進行數學事實的概念理解，並結合策略提供學生重複練習的機會。兩種記憶策略的教學，都能有效改善學生數學事實提取的能力。這些核心能力教學的研發大多在 2000 年後，顯示當代國際數學障礙領域不再只是解決課程所面臨的困難，而是以科學證據為本位，更細緻到位地處理數學障礙實務需求的趨勢。

舉例而言，Fuchs 等人（2008）以小三學童為對象，根據不同的教學目標分別研發數學事實提取教學方案 Math Flash 與文字題教學方案 Pirate Math。Math Flash 即是上述認知記憶策略之教學，該方案重視數學事實提取內容的難易度與編序，明示學生答題的策略包括直接提取（know it）與數算（count up），並在提供重複練習機會時，鼓勵學生直接提取或以數最少的程序解題。

Pirate Math 則以文字題基本解題技巧與三種題型（加總、比較、改變）進行設計。數學事實提取策略、簡單代數的解法與檢查等文字題基本解題技巧會先於基礎單元教學，後續三單元則一次介紹一種文字題型，並明示教學解題的策略步驟——讀題、畫重點、分辨題型。以加總為例，學生讀題後要辨認並圈出要加總的兩個項目與數值並做筆記，再列式、解題並檢查。二教學方案的研究驗證結果，在數學事實提取能力的驗證上，Math Flash 與 Pirate Math 相比有 .72 之效果量，與控制組相比則為 .85；在文字題解題表現上，Pirate Math 與 Math Flash 相比有 .72 之效果量，與控制組相比則為 .89，顯示 Math Flash 與 Pirate Math 確實對數學障礙學生個位數加減的數學事實提取能力以及文字題解題表現具有區別性的效果。

綜合以上，目前國際數學障礙診斷強調數學核心能力，相關核心能力也有神經生理證據的支持。人類學習難以脫離大腦神經元的基本運作，學習者接受外在刺激時，大腦神經元間的傳遞與連結也會持續改變與重組，綜合文獻亦可見特殊教育研究趨勢是結合心理學、腦神經科學證據、跨領域之實踐。而在教學實務上，除了累積研究證據持續驗證外，亦可發現對不同數學能力面向的關注與精緻化處理之趨勢。

研究方法

由於數學障礙核心能力研究於近 20 年有相當之進展（Butterworth et al., 2011; Geary, 2013），且 DSM 也於 20 年後再次修訂（DSM-IV 為 1994 年出版，DSM-5 於 2014 年出版），故本研究以此為參考，採內容分析法針對國內數學障礙的研究文獻進行整理與評述，並據此提出未來研究之展望。

一、資料檢索

文獻檢索包含兩階段，第一階段資料來源為正式出版於專業期刊之論文，不包括未出版之博、碩士論文，資料蒐集係透過「Google Scholar」(<http://scholar.google.com.tw/>)，以關鍵字「數學學習障礙」、「學習障礙」，或前述任一關鍵字與「數學教學」、「數學補救教學」之交集進行檢索，同時也以上述關鍵字於「國立臺灣師範大學圖書館資源整合查詢系統」的主題術語欄位中進行檢索；並限定是在臺灣之研究，排除其他地區（如香港）之論文。

由於針對數學障礙已出版之研究數量不多，且研究方法分歧，本文參考Eva（2008）對教育研究文獻回顧的批評，他認為作者應公平地呈現文獻，「系統性回顧」可能反而造成隱蔽，因此並非絕對必要。本研究認為，期刊文獻的發表代表該領域關注的內容與方法，非實徵性的一般通論文獻雖未能增進新知，也未能對過往研究主張進行驗證，但確實具有訊息傳遞的功能，也反映在特定時空中領域關注的議題。在此階段的文獻回顧，排除通論性文獻固然可提升整體文獻品質，但卻也無法呈現國內數學障礙領域學術探討與發表的全貌，並可能導致Eva所謂的系統性隱蔽。基於了解20年來臺灣數學障礙研究的初步樣貌，並凸顯國內數學障礙知識概念傳遞的現況與問題，本研究採納Eva的觀點，將非實徵性論文納入整理分析，共計26篇。

第二階段資料蒐集則以科技部（未改制前為國家科學委員會）研究計畫為主。由於本研究回顧中文期刊時，發現非實證研究比例偏高，且國內尚有相關研究並未發表在期刊上，為使文獻回顧較貼近國內數學障礙現況，故將同時期科技部專案研究也納入分

析。但研究者考量科技部研究與期刊論文在知識概念的傳遞上有差異，故對於一、二階段的資料予以區隔。

文獻檢索方式為在「政府研究資訊系統」(<http://www.grb.gov.tw/index>)以關鍵字「數學障礙」、「計算障礙」分別進行檢索。其中，檢索「計算障礙」得18筆資料，刪除6筆與數學障礙無關的研究，餘12筆，由於該資料庫中資料分年度計算，故實為六項研究，其中一項為總計畫，故不列入計算，最後共計5筆；檢索「數學障礙」所得23筆資料，其中兩筆為同一計畫不同年度資料，另有四筆與數學障礙無關、6筆與「計算障礙」檢索結果重複，以及3筆研究對象並非數學障礙者，共計9筆。最後納入分析的科技部研究資料共計14筆，但由於其中一項研究包含特質診斷、教學介入二主題（代碼27），為求清楚區隔，故數量統計以15筆計算。

二、資料編碼過程

由於研究者在文獻檢索過程中，發現國內數學障礙論文數量少，且尚未有相關文獻統整回顧，本研究作為第一個統整分析，為探究數學障礙論文的現象，故參考國內洪儷瑜（2006）對學習障礙領域發表論文之分析以及王瓊珠（2005，2012）對於中文字詞教學研究的文獻回顧之編碼架構，針對檢索所得文獻進行編碼並記錄以下資料：研究主題、研究者、研究年代、研究設計、研究對象、樣本人數、研究變項。另外，由於從文獻探討中可見數學障礙定義的概念流變，故亦針對有明確研究對象的實徵性研究進行數學障礙定義的編碼。

在編碼內容的部分，研究主題主要分為特質診斷與教學介入兩項，分別以代號A、B編碼，另以代號C對一般綜合通論進行編

碼；數學障礙定義則主要分為差距標準、核心能力缺陷兩項，分別以代號 D、E 編碼；另針對部分未敘明其研究對象數學障礙定義者，則以 N 進行編碼。內容編碼由第一位研究者與第二位研究者共同進行，分析過程遇到有疑義或意見不一致時，則透過討論共同決定。文獻回顧資料如表二、表三。

研究結果

一、研究採用之設計

在期刊論文部分，根據表四可知，臺灣近 20 年數學障礙實徵性研究未達一半，僅 11 篇 (42.3%)，而文獻探討論文共計 15 篇，將近六成 (57.7%)，顯示非實徵性論文為近 20 年期刊發表之大宗。實徵性論文中，

相關研究三篇，占實徵研究的 27.3% (代碼 2、3、4)；單一受試設計四篇，占 36.4% (代碼 8、10、17、25)；準實驗設計兩篇，占 18.2% (代碼 6、11)；發展研究法與個案研究法各為一篇，各占 9.1% (代碼 7、26)。

在科技部研究部分，相關研究數量最多，共七筆，占科技部研究的 46.7% (代碼 27、30、34、35、36、37、38)；準實驗設計次之，共六筆，占 40.0% (代碼 27、29、31、32、33、40)；單一受試兩筆，占 13.3% (代碼 28、39)。

二、研究採取之障礙定義

由文獻探討中可見數學障礙定義在數十年間的流變，故本研究對有明確研究對象的實徵性期刊論文與科技部研究進行數學障礙定義的統計 (見表四)。科技部計畫除了三

表二 本研究回顧期刊之資料一覽

代碼	主題	研究者	年代	研究設計	研究對象	樣本數	自變項	依變項	數障定義
1	C	林玉華	1995	文獻探討	無	0	無	無	-
2	A	蔡翠華	1996	相關研究	小五數障生與一般生	144	學生類別	學習型態、學習策略、數學成就	D
3	A	周台傑、蔡宗玫	1997	相關研究	小三、四數障生與一般生	240	學生類別	文字題解題	D
4	A	黃慈愛	1997	相關研究	小三數障生、閱障生與一般生	48	學生類別	數字記憶廣度、心算	D
5	B	孟瑛如、吳東光	1999	文獻探討	無	0	無	無	-
6	B	朱經明、蔡玉瑟	2000	準實驗	小五數障生	47	動態評量介入	數學成就	D
7	A	郭靜姿等	2001	發展研究法	小六一一般生	1010	無	無	D
8	B	江美娟、周台傑	2003	單一受試	小四、小五數障生	3	後設認知解題策略教學	文字題解題	D
9	B	梁瑞真	2004	文獻探討	無	0	無	無	-

表二 本研究回顧期刊之資料一覽(續)

代碼	主題	研究者	年代	研究設計	研究對象	樣本數	自變項	依變項	數障定義
10	B	吳雅琪、 孟瑛如	2005	單一受試	小五數障 生	3	資訊融入解 題策略教學	一步驟等分 組乘除法文 字題解題	D
11	A	柯華葳	2005	實驗設計	小二、 三、四數 障生	10	一對一密集 加減法教學 練習	加減法	E
12	C	蕭美玲、 陳香吟	2005	文獻探討	無	0	無	無	-
13	A	王雪瑜	2006	文獻探討	無	0	無	無	-
14	A	秦麗花	2006	文獻探討	無	0	無	無	-
15	C	黃瑋苓	2006	文獻探討	無	0	無	無	-
16	B	胡永崇	2007	文獻探討	無	0	無	無	-
17	B	黃秋霞、 方美珍	2007	單一受試	小四複雜 計算困難 學障生	3	三種圖示表 徵策略	三種文字題 解題	D
18	C	陳映雯	2007	文獻探討	無	0	無	無	-
19	C	王淑惠	2008	文獻探討	無	0	無	無	-
20	B	梁明華	2009	文獻探討	無	0	無	無	-
21	C	李秀妃	2010	文獻探討	無	0	無	無	-
22	B	朱淳琦	2011	文獻探討	無	0	無	無	-
23	B	張羚羚、 林惠秋	2011	文獻探討	無	0	無	無	-
24	C	王淑惠	2013	文獻探討	無	0	無	無	-
25	B	呂佩真、 黃秋霞、 詹士宜	2015	單一受試	小四學障 生	2	錨式情境教 學	分數、容量、 體積的文字 題解題	D
26	A	連文宏、 洪儷瑜	2017	個案研究	八、九年 級單純數 障生及數 學合併閱 讀障礙生	4	障礙亞型	個位數、多 位數計算與 文字題解題	E

註：研究主題 A 為特質診斷、B 為教學介入、C 為一般綜合通論。

表三 本研究回顧之科技部研究一覽

代碼	主題	研究者	年代	研究設計	研究對象	樣本數	自變項	依變項	數障定義
27	A、B	何東墀	1995	1. 相關 2. 準實驗	1. 一般生 2. 一般、數障生 3. 數障生	1.4031 2. 各 54 3.25	1. 智力 2. 類型 3. 學習策略教學	1. 數學成就 2. 數學問題 3. 數學表現	D
28	B	周台傑	1997	單一受試	小五數障生	3	自我教導策略教學	不注意行為、數學成就	D
29	B	朱經明	2000	準實驗	小二、五數障生	49; 45	動態評量	文字題解題	D
30	A	楊憲明	2000	相關	小五一般生、MD、RDMD	各 16 名	學生類型	文字題解題	D
31	B	楊憲明	2002	準實驗	小五一般生、數障生共六組	各 15 名	解題訓練	文字題解題	D
32	B	朱經明	2005	準實驗	國小聽障生與學障生	42 人	影像、動畫多媒體解題系統	文字題解題	N
33	B	朱經明	2006	準實驗	國中小聽障生、學障生、智障生	國小 12 國中 20	影像、動畫多媒體解題系統	文字題解題	N
34	A	洪儷瑜	2009	相關	1. 數學低成就 2. MD、MDRD 生	-	1. 個人、環境因素 2. 數障亞型	1. 數學成就 2. 認知能力	E
35	A	李俊仁	2009	相關	數障生	-	數學計算障礙	比大小表現(符號辨認、數量比較、反應選擇)	E
36	A	吳嫻	2009	相關	大學生、數障兒童、一般兒童	-	研究對象類型	數字、序列訊息與空間表徵作業的按鍵反應	E
37	A	孟令夫	2009	相關	腦傷病人、計算障礙兒童	-	研究對象類型	計算的動作計畫	E
38	A	洪儷瑜	2011	相關	小三 MD、RD、MDRD、一般生	100	學生類型	數學成就、核心能力、閱讀能力	E
39	B	朱經明	2011	單一受試	國中小聽障生、學障生、文化不利學生	24 (學障 10 名)	電腦輔助(基模化影片)教學	文字題解題	N
40	B	洪儷瑜	2014	準實驗	小二計算困難學生	5; 44	計算規則教學、結合看數策略與計算規則教學	計算表現	E

表四 實徵研究主題與數學障礙定義

來源	研究主題 (%)	數障定義			研究代碼	
		D	E	N		
期刊 論文	A	6 (54.5)	4 (36.4)	2 (18.2)	D : 2、3、4、7 E : 11、26	
	B	5 (45.5)	5 (45.5)	-	D : 6、8、10、17、25 E : 無	
	合計	11 (100.0)	9 (81.8)	2 (18.2)	-	
科技部	A	7 (47.0)	2 (13.3)	5 (33.3)	D : 27、30 E : 34、35、36、37、38	
	B	8 (53.0)	4 (26.7)	1 (6.7)	3 (20.0)	D : 27、28、29、31 E : 40 N : 32、33、39
	合計	15 (100.0)	6 (40.0)	6 (40.0)	3 (20.0)	

註：研究主題 A 為特質診斷、B 為教學介入；數障定義 D 為差距標準、E 為核心缺陷、N 為未敘明

筆研究報告 (20.0%) 對數學障礙對象定義描述不清外，差距標準與核心能力缺陷的概念各占 40%，且 2005 年後的研究皆採核心概念，呼應國際對數學障礙定義的流變。期刊論文則僅兩篇 (18.2%) 採核心能力缺陷定義，分別發表於 2005 年與 2017 年，另超過 80% 皆採差距標準，且 2005 年後仍有數篇文獻採用此標準，顯示於國內期刊發表論文對數學障礙定義的概念並無明顯流變。值得一提的是，何東墀 (1995) 的科技部研究就指出智力測驗與數學成就相關低，質疑以差距標準篩選數學障礙學生的效力。

三、研究關注之主題

科技部計畫在特質診斷與教學介入的研究分別為七筆 (47.3%) 與八筆 (52.7%)，二者數量差不多。期刊文獻中，特質診斷論文八篇 (30.8%)、教學介入論文 11 篇 (42.3%)、綜合通論七篇 (26.9%)，顯示近 20 年來臺灣學界對數學障礙的關注以教學介入為主，有關障礙本質的認識次之

(見表五)。研究者檢視綜合通論論文內容，發現這些論文雖包含數學障礙定義或特質描述，但整體仍以提供教學建議為目的，顯示國內關注數學障礙教學介入之論文就有 18 篇 (69.2%)，為研究大宗。故以下將分別就特質診斷、教學介入二主題做進一步的討論，並將綜合通論與教學介入論文一併統計、評析。

(一) 數學障礙的特質與診斷

探討數學障礙特徵或診斷的期刊論文共八篇，其中文獻探討兩篇、實徵研究六篇。探討議題可概分兩個向度：其一為比較數學障礙學生與一般生或其他障礙類型學生的異同；其二則是探究數學障礙的本質與診斷。

第一種比較障礙類型異同之論文，內容上包含學習型態與學習策略 (代碼 2) 與數學相關能力表現 (代碼 3、4)。前者如蔡翠華 (1996) 以國小五年級學童為對象進行問卷調查，結果發現數學障礙學生不僅在數學學習之自我效能、專注態度、制控信念等學習型態上顯著低於一般生，運用複誦、組織、

表五 期刊論文數量比例

	研究主題 (%)	實徵 (%)	非實徵 (%)	研究代碼
A	8 (30.8%)	6 (23.1%)	2 (7.7%)	實徵性：2、3、4、7、11、26 非實徵：13、14
B	11 (42.3%)	5 (19.2%)	6 (23.1%)	實徵性：6、8、10、17、25 非實徵：5、9、16、20、22、23
C	7 (26.9%)	0 (0.0%)	7 (26.9%)	實徵性：無 非實徵：1、12、15、18、19、21、24
合計	26 (100.0%)	11 (42.3%)	15 (57.7%)	

計畫與監控等學習策略也顯著低於一般生。後者則如周台傑與蔡宗玫（1997）以國小數學課程為範圍，探討中年級數學障礙學生與一般生的文字題解題表現，結果發現一般生優於數學障礙學生，而高國語文程度之數學障礙學生又優於低國語文程度之數學障礙學生；或如黃慈愛（1997）以國小三年級數學障礙、閱讀障礙以及一般生為對象，發現數學障礙學生的複雜計算顯著低於閱讀障礙學生與一般生，閱讀障礙學生的數字記憶廣度與一般生無異，但數學障礙學生的逆向數字記憶廣度則顯著低於一般生。

在科技部資料中也可見到比較數學障礙與其他類型對象異同的研究（代碼 30、34、36、37、38）。楊憲明（2000）比較國小五年級一般生為 MD-only 與 MD+RD 的文字題解題表現，發現數學障礙兒童錯誤頻率皆高於一般生，但該計畫並未進一步比較 MD-only 與 MD+RD 的差異；洪儷瑜（2009）、吳嫻（2009）與孟令夫（2009）的整合型計畫中，分別在不同數學障礙亞型之間，大學生、數學障礙兒童與一般兒童之間，以及腦傷病人與計算障礙兒童之間，進行不同認知能力的比對；洪儷瑜（2011）更透過追蹤 100 名國小三年級學生的數學成就、數學核

心能力與閱讀能力，證實 MD-only、MD+RD 的數學成長低於一般生與閱讀障礙學生，且閱讀障礙學生的數字概念與文字題表現皆優於數學障礙學生。

第二種探討障礙診斷之論文，其目的可能在探究數學障礙或困難的核心能力缺陷（代碼 11、14、26）或強調以數學障礙學生的特徵或錯誤類型輔助診斷或編製工具（研究代碼 7、13）。探討數學核心能力成分者，例如：柯華葳（2005）以國小二年級至四年級學童為對象，發現數學障礙學生的基礎數學計算表現不僅顯著低於同齡同儕，也依賴手指計算，較少直接提取數學事實，且即使幾經練習，仍難以自動化提取數學事實。連文宏與洪儷瑜（2017）則以被補救教學過的國中八、九年級學生為對象，透過釐清 MD-only 與 MD+RD 學生之差異，證實文字題解題能力並非數學障礙的核心缺陷，數學事實提取的自動化才是數學障礙學生的核心缺陷。另外，秦麗花（2006）則擴大以數學閱讀理解困難為標的，透過認知模型的建構，指出先備知識、數學圖示、詞彙符號與作圖程序等認知成分，皆對數學閱讀能力表現具有預測力。至於強調數學障礙特徵或錯誤類型的論文，如郭靜姿、許慧如、劉貞宜、張

馨仁與范成芳（2001）分析國小六年級數學課程內容，編製數學能力診斷測驗與數學障礙特徵檢核表，以供升國中數學障礙學生鑑定之用。該測驗內容包含整數、小數與分數的加減乘除、四則運算、比大小、解題、單位換算、幾何、比與比值、統計圖、概數、速率與座標，並將錯誤類型分為視覺辨識、視覺空間、書寫能力、數的概算、運算、記憶能力、數學應用、抽象推理及注意能力等九類，其特徵檢核表則分為八類，分別為視覺辨識、數學概形成略、數學語言表達、記憶能力、注意力、抽象推理、策略學習與應用以及學習態度因素之困難。王雪瑜（2006）也有類似的歸納整理，並主張透過觀察與錯誤類型分析，能幫助教師了解學生解題錯誤的原因，並能輔助診斷與輔導。

科技部研究資料也包含上述二種類型（代碼 27、35），探討核心缺陷者如李俊仁（2009）以行為認知、電生理與腦造影方式，探討計算障礙學生在數字比大小的認知處理困難；強調數學障礙特徵者則如何東堉（1995）編製數學障礙特徵評量表，並指出數學障礙學生的數學學習問題包括因數與倍數的綜合應用、圖形面積、分數加減、概數、小數除法等。

上述這類論文旨在了解數學障礙者的能力表現、特徵與錯誤類型，期待對實務鑑定與教學輔導有所助益，故在應用上也有幾個值得注意的議題。首先，以數學課程內容為範疇研發的診斷工具，能協助教師評估學生數學成就表現，具有輔助教師編排相關教學的教育功能。然而，數學課程涉及的能力多元複雜，故以此類工具診斷出的數學困難，可能並不是基礎數學核心能力缺陷的數學障礙者，在診斷應用上必須特別注意。其次，研究探討的特徵多為學習相關的認知因素，如注意、記憶、知覺動作、語言與閱讀、空

間關係、推理等，這些因素確實會影響數學學習表現，但也經常發生在其他障礙或一般學生身上。Lerner 與 Johns（2009）指出，除了學障生，許多其他輕度障礙學生也都有學習或使用數學技能的困難。周台傑與詹士宜（1993）也證實，國中輕度智能障礙學生在數學應用題的問題理解與計算上都有困難。

國內研究結果的累積比對也需特別留意，因部分研究探討的數學困難可能是數學障礙者特有的，但部分研究探討的卻可能是其他障礙者也會出現的困難。另外，研究也指出數學障礙學生囿於學習遷移與自動化的困難，其錯誤類型與反應時間可能也難以歸納出系統性的反應模式（柯華歲，2005；Brown & Burton, 1978; Geary, 1990）。錯誤類型的觀察分析固然可提供一些訊息，但若缺乏對核心能力的掌握，輔導介入之效益也可能因此而受限。

國內對於數學障礙核心能力的研究仍較為缺少，顯示對數學障礙本質的探究較忽略當代國際的重要發展。透過不同障礙或對象的比對，研究可釐清數學表現涉及的能力，也能確認數學障礙者獨有的認知困難。前者如周台傑與蔡宗玫（1997）證實數學文字題解題涉及語文能力，後者如黃慈愛（1997）發現數學障礙學童的數字記憶廣度顯著低於閱讀障礙者。然而，從論文分布的年代上卻可以發現，探討數學障礙特質與診斷的論文大致發表在 2006 年以前，2006 年後則僅有連文宏與洪儷瑜（2017）之研究，顯示近 10 年來數學障礙特質研究似乎較受忽略。

（二）數學障礙的教學介入

期刊論文的比例差異，顯示如何針對數學障礙學生進行教學是特殊教育學界關注的焦點。因綜合通論論文之主要目的也是對實務現場提供教學建議，故亦納入此處進行統計。結果發現，國內針對特定教學介入進行

表六 教學介入主題論文數量與比例計算

	實徵研究 (%)	非實徵研究 (%)	研究代碼
特定教學介入	5 (27.8%)	4 (22.2%)	實徵性：6、8、10、17、25 非實徵：5、20、22、23
無特定教學介入	0 (0.0%)	9 (50.0%)	實徵性：無 非實徵：1*、9、12*、15*、16、 18*、19*、21*、24*
小計	5 (27.8%)	13 (72.2%)	-

* 註：為一般綜合通論論文。

探討之研究不多，對於數學障礙有效教學的實徵性研究數量也偏少（見表六）。以下將分別針對此二現象進行說明。

1. 探討特定數學障礙教學介入之期刊論文比率偏低

在 18 篇期刊教學論文中，有九篇（50.0%）針對特定教學法進行探討。主張電腦資訊輔助教學者為多數，共計四篇（代碼 5、10、20、22）；主張後設認知解題策略（代碼 8、10）與圖示表徵策略（代碼 17、22）者各有兩篇。顯示資訊多媒體的應用、後設認知解題策略與圖示表徵策略在近期研究中較受關注，其他教學則較為零星，例如：採用動態生活情境進行布題之教學（代碼 25）、建構取向教學（代碼 23）、動態評量教學模式（代碼 6）各為一篇。

另外九篇論文（50.0%）未對特定的教學介入進行探討，而是羅列各種教學方法、設計原則，或建議一般性教學原則或注意事項（代碼 1、9、12、15、16、18、19、21、

24）。上述七篇綜合通論論文全數屬於此類，可能是此類論文比例偏高的原因，但在 11 篇教學介入論文中，也有兩篇屬於此類，在為數不多的研究中就占了近二成。列舉文獻上認為有助益的教學方法與策略，雖然可作為教師教學之考量依據，但並不等於證實這些方法皆能有效提升數學障礙者的數學學習表現；再者，經一般教學輔導無效，應是數學障礙鑑定的前提，故綜合通論之教學原則對於數學障礙學生的教學與輔導是否有明確幫助？助益程度為何？也許仍應透過實證資料的蒐集始能確認。

2. 有效教學之實徵證據尚待累積

在九篇探討特定教學介入之期刊論文中，僅有五篇為實徵研究，數量極少，顯示國內數學障礙有效教學之實徵研究亟待發展。另外，科技部教學介入研究共計八筆，本研究統整後發現以探討文字題解題最多，共有五筆（62.5%），數學成就表現包含行為觀察次之，共計兩筆（25.0%），而核心

表七 科技部教學介入研究數量比例

數障定義	教學介入 (%)			研究代碼
	文字題	計算	其他*	
差距標準	2 (25.0)	0 (0.0)	2 (25.0)	文字題：29, 31 其他：27, 28
核心缺陷	0 (0.0)	1 (12.5)	0 (0.0)	計算：40
未敘明	3 (37.5)	0 (0.0)	0 (0.0)	文字題：32, 33, 39
合計	5 (62.5)	1 (12.5)	2 (25.0)	-

* 註：其他包含數學成就表現與行為觀察（不專注）。

計算能力最少，僅有一筆（12.5%）（見表七）。

綜合期刊論文與科技部研究計畫，國內實徵性教學介入研究共有 13 筆。但從數學障礙定義的流變來看，卻可觀察到五篇期刊論文的概念全數採差距標準（代碼 6、8、10、17、25）。儘管科技部研究在探討數學障礙定義的概念上，呼應了國際對核心能力缺陷的研究，但在教學介入的研究上，採用核心缺陷定義的研究卻只有一項，顯示國內確實有必要累積數學障礙有效教學的實徵研究。

為呈現 20 年來國內數學障礙教學介入實徵性研究之樣貌，以下將先分別說明各研究的教學介入與成效，再評論研究數量以外可能的問題。

朱經明與蔡玉瑟（2000）探討動態評量對國小五年級數學障礙學生的應用成效，該研究的動態評量設計共有六個提示步驟，依序為無提示、語音提示、關鍵字提示與解釋、題目簡化或圖解、以橫式列出運算步驟，以及以直式列出運算步驟，結果發現關鍵字提示對 10% 的數學障礙學生有效，經題目簡化或圖解，可正確解題者有 18%，經橫式或直式步驟即可正確解題者分別有 23% 及 7%，但仍有 33% 的數學障礙學生在提供動態評量輔助後仍無法解題，顯示動態評量可協助多數數學障礙學生解題，但對部分數學障礙學生仍無效果。據此，動態評量可用於連結評量與教學，促進解題策略發展，但詳細診斷與教學仍需依個別學生制定更詳細之計畫。

江美娟與周台傑（2003）以國小四、五年級的數學障礙學生為對象，將基本加減法應用題分為一步驟、多餘訊息與二步驟等三種類型，以單一受試設計探討後設認知策略對應用題的成效。該研究之後設認知策略解題步驟有六，依序為讀（知道題目在說什

麼）、說（說出題目在問什麼）、畫圖（把題目的訊息畫成圖）、計畫（決定使用什麼算式）、計算（計算算式）以及檢查。結果發現一步驟題型得分未能顯著增加，但多餘訊息、二步驟題型的得分顯著增加且有保留效果，顯示後設認知策略對於特定題型的應用問題有效。

吳雅琪與孟瑛如（2005）以一步驟等分組乘法文字題作為實驗教材，並以資訊多媒體教材結合解題策略教學，教學流程依序為讀題、理解題意、以電腦圖片顯示題意、列式以及計算。該研究以國小五年級數學障礙學生為單一受試實驗對象，結果發現資訊融入解題策略教學對乘、除法文字題具有高度立即效果以及輕度保留效果，並能減少學生解題歷程錯誤。

黃秋霞與方美珍（2007）則以三名國小四年級學習障礙學生進行單一受試實驗，比較圖片、錢幣及線段三種圖示表徵策略教學對於數學文字題的學習成效，結果發現三種圖示表徵皆能提升學生的表現，但線段表徵對其中兩名受試者較為有效，錢幣表徵則較能增進其中一名受試者的學習表現，顯示圖示表徵對學習障礙學童的數學文字題解題具有成效，且不同學生可能適用不同的表徵。

呂佩真、黃秋霞與詹士宜（2015）也以國小四年級學習障礙學生為對象進行單一受試實驗，探討以動態情境影片布題的「錨式情境教學」對文字題解題之成效，其教學程序為先讓學生觀賞數學情境影片，再由學生記錄影片內容的相關訊息，並依據題目自行列式解題。若學生遇到問題，則教師協助以文字方式呈現題目，再進行師生討論。討論過程中，教師透過讓學生回顧影片找尋關鍵線索，並引導學生列式解題。該研究中的文字題包含分數、容量、體積三種題型，而研究結果也顯示錨式情境教學有效，以分數題

型的介入效果最佳。

上述江美娟與周台傑（2003）、吳雅琪與孟瑛如（2005）二研究的教學名稱雖然不同，但都運用國外學者 Mayer、Montague 等人提出的認知解題策略，也包含相同步驟，惟前者強調自我提問、自我監控等後設認知策略的運用，而後者則是以資訊多媒體形式呈現教材。另外，科技部研究中，何東墀（1995）探討學習策略教學能否增進數學障礙學生之數學表現，但研究結果並不理想。周台傑（1997）則透過單一受試設計以三位國小五年級數學障礙學生為對象，發現自我教導策略能有效提升專注行為與數學成就，但在數學成就表現上並沒有顯著的保留效果。朱經明（2000，2005，2006，2011）除了探討動態評量對國小二年級和五年級的數學障礙學生的解題表現有幫助外，也在後續三項研究發展、探究影像動態多媒體解題系統對數學障礙學生的文字題解題表現的影響。但這三項研究混合不同障礙類型的學生，且未進行明確區分（如數學障礙、聽覺障礙、智能障礙或低成就學生）。楊憲明（2002）以準實驗研究發現，閱讀、概念表徵、工作記憶等解題訓練能有效提升國小五年級數學障礙學生的文字題解題表現。洪儷瑜（2014）則探討計算規則教學、結合看數策略與計算規則教學對國小低年級計算困難學生的效果，結果發現兩種教學介入都能有效提升學生的計算表現，且結合教學比單純計算規則教學更為有效。綜合以上可知，國內經實徵研究探討的教學方法大致包含動態評量、結合生活情境、認知解題、圖示表徵策略、資訊多媒體與計算規則等，但數量仍極其有限。

在科技部計畫中，探討文字題解題的研究超過六成，而五篇實徵期刊論文的教學內容，多數也都在探討文字題解題，且同一研

究之文字題常包含不同題型，例如：吳雅琪與孟瑛如（2005）探討乘、除法文字題，黃秋霞與方美珍（2007）之研究包含加法與乘法，江美娟與周台傑（2003）的研究包含加、減法，並分為一步驟、多餘訊息與二步驟三種類型，而呂佩真等人（2015）則探討分數、容量、體積三種題型。另，朱經明與蔡玉瑟（2000）以數學障礙學生在數學成就測驗及月考中常犯錯的題目為材料，經整理、分析後編製成動態評量工具，其內容更多，包含因數、倍數、分數與小數的加減乘除、速率、時間以及面積、體積與容積的計算與實測，顯示國內數學障礙教學介入研究探討的數學能力表現內容複雜，且偏重文字題，以下將針對此二現象進行評析。

（1）探討的數學能力過於複雜

就數學教育的角度而言，數學學習包含多元的內容與歷程，絕對不僅是單純的計算。例如：美國數學教師學會（National Council of Teachers of Mathematics, NCTM）對學前至高中 12 年級學生數學學習內容訂定的標準，就包含數與運算、代數、幾何、測量、資料分析與百分比，而學習歷程標準則包括問題解決、推理與證明、溝通、連結以及表徵（NCTM, 2000）。計算與文字解題在教學情境中當然不該是截然劃分的兩個主題，然而，對於生理、心理運作皆與一般人不同的數學障礙者而言，一般數學教育顯然是無效的，而這也導引出另一個議題：對數學障礙者而言，什麼樣的教學才是重要且有效的？

自 2000 年以來，幾個大型樣本的研究結果都指出計算與文字題在數學障礙的實務上應予以區分。例如：Fuchs 等人（2008）測量近千名國小三年級學生的數學與認知能力表現，統計分析指出單純計算困難、文字題困難相關的認知預測變項並不相同，語

言缺陷是文字解題困難的主要預測變項，而注意行為與處理速度則是單純計算困難的主要預測變項，顯示這兩種數學困難應有所區隔。本研究同意在數學教育的範疇中，文字題是計算能力的轉換與應用，但教學介入的研究若將文字題作為探討數學計算的情境，則其研究變項應探討數感、基本數學事實等核心能力，而不僅是探討文字題的整體解題表現。例如：前述 Fuchs 團隊研發的 Pirate Math 雖以文字題為目標，但也包含數學事實提取能力的處理。然而，從表二、表三研究依變項卻可發現，國內研究探討的大多仍是文字題的整體解題表現。

實徵性教學研究的目的是在於找出有效的介入方法，針對數學障礙族群則應以該障礙特定的核心能力進行探究。Geary (1993) 主張，複雜作業不利於解析數學缺陷，基本認知作業（如加法）研究才有助於數學障礙的精確評估。事實上，DSM 雖在近年改以核心認知概念界定數學障礙，但國外認知心理學界在 30 年前對數學基本認知能力即有諸多探索，例如：1980 年代已有許多研究報告數學障礙兒童的數學事實提取缺陷 (Geary, Bow-Thomas, & Yao, 1992)。但國內相關研究極少 (柯華葳, 2005; 連文宏、洪儷瑜, 2017)，在科技部計畫中，也僅有一項研究以基本核心認知能力的概念進行相對應的教學介入研究 (洪儷瑜, 2014)，顯示國內的數學障礙研究在數量上尚未能與國際同步。

(2) 研究偏重數學文字題解題

簡單數學計算與文字題是不同的數學認知面向，在補救教學中應有意識地分別考量 (Fuchs, Fuchs, Schumacher, & Seethaler, 2013; Fuchs et al., 2008;)。國內側重文字題的探究，忽略簡單數學計算的教學，應反思現階段累積之教學證據是否足夠支持數學障礙學生在數學領域的學習。

另外，約有 60% 的數學障礙合併有閱讀障礙 (Barbarese, Katusic, Colligan, Weaver, & Jacobsen, 2005)，許多研究比較 MD-only、RD 與 MD+RD，並建議應對數學障礙與閱讀障礙進行區分 (Anderson, 2008; Fletcher, 2005)。Fletcher (2005) 發現閱讀與共病能預測數學表現，並指出 1978 年 Rourke 與 Finlayson 研究學障亞型時，就發現 MD-only 語言與聽知覺較 RD 及 MD+RD 佳，但視知覺、體感動作能力則較差。Anderson (2008) 指出，數學事實提取缺陷是數學障礙的主要特徵，並可能有特定的問題解決歷程缺陷，例如：在建立問題的表徵、發展解決計畫上有困難。不同類型的數學障礙兒童在文字題的表現也不同，Jordan、Hanich 與 Kaplan (2003) 對國小二年級學童進行追蹤，發現無論是否有合併閱讀困難，自動化提取數學事實都是數學障礙的主要缺陷，但 MD-only 的文字題表現優於 MD+RD。在臺灣，連文宏與洪儷瑜 (2017) 的研究也獲得相同的結果。Zheng、Flynn 與 Swanson (2013) 針對文字題教學研究的後設分析發現，MD-only 與 MD+RD 對文字題介入成效上有明顯差異，更證實數學的教學介入應將數學障礙學生的共病特質列入考量。

上述研究意味著 MD-only 與 MD+RD 的數學困難應該有所不同，文字題涉及語言歷程，釐清閱讀因素顯然有其必要性。而國內五篇實徵期刊文獻之研究對象是有差異的，朱經明與蔡玉瑟 (2000)、江美娟與周台傑 (2003) 皆以差距標準定義的數學障礙為研究對象，其他研究則以有文字題困難的學障生為對象，採用排他標準，以排除智力、識字以及基本計算問題但卻有閱讀理解困難的學生為對象。若依前述 Anderson (2008)、Fletcher (2005) 以及 Jordan 等人 (2003) 研究結果推測，國內實徵性研究的對象可能包

含閱讀障礙學生，因此國內現有教學實證結果是否足以運用於當代文獻所指之數學障礙學生，值得國內學者與教育工作者省思。

結論與建議

本文回顧 1995 至 2017 年國內 26 篇數學障礙的期刊論文以及同一時期 14 筆科技部研究計畫，以下分別針對國內研究方向上的問題進行說明，並針對未來研究方向提出建議與結論。

一、現有研究對象與當代數學障礙研究定義有差異

我們真的認識數學障礙嗎？綜觀 20 年來國內科技部之研究，可發現數學障礙定義的概念確實存在自差距標準轉移至核心缺陷的流變，2005 年後的研究皆採核心能力缺陷之概念進行，呼應此研究領域的國際趨勢。然而，期刊論文研究對象大多採用差距標準的取向，僅有兩篇研究採用核心能力缺陷的取向（柯華葳，2005；連文宏、洪儷瑜，2017），未達一成。此現象也意味著在數學障礙專業領域中，期刊論文的發表與科技部研究計畫之間確實存在著差距。

差距標準取向的研究雖有其歷史背景與意義，但也有其限制。近年來，國際數學障礙研究關注核心能力缺陷，已有相當進展與發現，DSM-5 更明白指出數學障礙的核心為數感、計算與推理。反觀國內雖也針對數學障礙進行一些研究，但卻無法協助國內認識 DSM 指涉的群體或接軌國際。洪儷瑜與連文宏（2017）指出，差距標準鑑定取向的數學困難可能是其他能力衍生的次級問題，與核心能力缺陷取向的數學障礙原生問題有本質上的差異。若為了解數學障礙學生的學習剖面、困難與需求，則國內仍有待相關研究的

累積與證實。

二、缺乏以證據為本位的研究資料

國內期刊論文中有超過六成的數學障礙研究皆為文獻探討式的論文，實徵性研究僅占少數。在數學障礙特徵與診斷的部分，儘管論文組成以實徵研究比例較高（75.0%），但也僅有六篇，且近十餘年僅有柯華葳（2005）以及連文宏與洪儷瑜（2017）兩篇。在科技部研究部分，近 10 年內雖也有整合型計畫在探究數學障礙的核心困難，或個別型計畫對數學障礙的發展進行較長期的追蹤，但並不代表國內對於數學障礙的本質、數學的核心能力等議題皆已清楚。李俊仁（2017）指出，數學能力、障礙內容與程度應是數學障礙研究需清楚定義的，認知分析模式包含個體與群體兩種，前者可檢視計算歷程運作，但不見得適宜進行群體推論。上述連文宏與洪儷瑜（2017）以四名國中生個案探究計算與文字解題歷程，可屬此類；後者以群體的角度探究認知成分與計算運作之關聯，但卻難以了解計算歷程的細部運作。國內期刊中，可以黃慈愛（1997）探討國小中年級數學、閱讀障礙學童在數學記憶廣度和心算的表現作為代表。科技部計畫如洪儷瑜（2011）以國小三年級和五年級學童為對象，探討不同類型數學障礙學童的數學能力發展亦屬此類。然而，國內研究不僅數量少，研究對象的年齡與定義也不盡相同，未來如何在不同的研究分析模式中累積可相互驗證的資料，應是此領域可努力的目標。

此外，應用科學如何運用知識於實務，是至為重要的議題。以閱讀為例，中文聲韻覺識的研究證據就對國內低年級學生注音符號教學帶來影響，學者主張二者結合教學可能更有益於學童（曾世杰，2010）。目前國內七成以上的期刊論文都在探討教學策略，

顯示特殊教育實務對數學障礙的介入確實有強烈需求，然期刊中實徵研究未達三成，科技部計畫中採核心能力取向進行實徵教學研究者僅有一筆，數學障礙核心能力的研究結果是否能對數學教學提供類似於閱讀領域的影響，從而建立研究到實務之間的銜接歷程，仍有待未來持續累積。

三、教學探討未能連結腦神經科學與核心缺陷之實證

就數學教育的角度，多元的數學學習內容與歷程都有其重要性，但對數學障礙者而言，教學內容除了數學教育的主張，是否還可以有更細緻的拆解？例如：袁媛、王淑芬與陳國龍（2016）證實國小二年級學童在數線上的數字估計能力可預測其數學成就表現，基於及早預防與介入的觀點，數線估計能力與策略也許就是未來研究可再進行驗證的；而認知診斷更有助於教師了解學生基本能力與優、弱勢，並對後續教學決策提供有用的訊息，這是傳統差距標準所未及的。

以閱讀為例，傳統語文教育在識字層次以注音符號與國字教學為主，但在中文閱讀心理學與腦神經科學的研究基礎上，識字又可再拆解成更小的先備能力（如口語詞彙）與認知能力（如聲韻覺識、部件辨識、唸名等）。再舉例來說，早期閱讀領域假設中文字的辨識是一字一音的對應，但相關腦神經科學研究卻證實中文字的辨識涉及部件的結構，閱讀者能主動使用聲旁表音一致性的特性，從部件抽取形、音的對應關係（李佳穎，2009）。故本研究建議數學障礙的教學探討應連結腦神經科學與核心缺陷實證，因為大腦的運作能提醒我們重要的教學內容與歷程，而不只是停留在行為層次。

國內特殊教育實務顯然對「如何教」、「教什麼」是有需求的，本研究建議教學探

討應回歸並連結腦神經與認知心理研究來談，也因為教學與認知之間的連結亦需要研究證據的檢驗。例如：Fuchs 團隊基於研究證據主張區別不同的數學困難，以不同的教學設計對應不同的認知成分，探討有效的補救教學（Fuchs et al., 2013）。該團隊針對國小三年級學生，首先在 2008 年以隨機分派的實驗設計比較基本數學事實（basic fact，簡稱 BF）、程序計算（procedural calculation，簡稱 PC）、BF+PC 三種教學方式，結果發現 BF 有顯著成效，且效果值在 .69 至 .78 之間，顯示數學障礙學生正確提取數學事實的行為可透過練習被建立。而為了解數字概念教學（number concept，簡稱 NC）是否能增加額外效果，該團隊又於 2009 年針對 BF、BF+NC、PC 與控制組進行實驗比較，結果發現 BF 與 BF+NC 成效相當，與控制組相比之效果值分別為 .50 與 .53，與 PC 組相比之效果值分別為 .31 與 .37，顯示 NC 教學對三年級數學障礙學生並無額外價值。為進一步了解數數策略（counting strategies，簡稱 CS）的成效，該團隊再以隨機分派方式比較 BF（20 至 30 分鐘）+CS，以及於文字題補救教學加 CS+BF（四至六分鐘），結果發現兩種教學都顯著有效且效果相當，與控制組相比分別有 .52 與 .58 的效果值，基於二種教學在 BF 教學時間有相當的差異，顯示 CS 教學確實有其價值。

上述研究僅是教學研究的一小部分，然其中不僅蘊含診斷教學理念，更兼具教學設計應結合數學核心能力的概念，並依據發展階段有所區別。國內實徵性教學研究尚不足以釐清數學表現的相關因素，儘管論教學者眾，但所談的很多教學原則與方法卻也與認知心理學的證據無關，整個現場的數學障礙教育研究也幾乎與腦神經科學脫節，許多教學探討其實是在數學課程的框架中探討低成

就的補救教學，而非數學障礙的診斷教學。針對國內研究上的忽略，研究者亦應增加跨領域的合作，增進相關知能，以幫助我們了解、決定數學障礙學生的教學與輔導。

參考文獻

- * 王淑惠 (2008)：淺談數學學障學生的教學。雲嘉特教，7，36-41。[Wang, Shu-Hui (2008). A brief introduction to teaching students with math learning disabilities. *Special Education in Yunlin and Chiayi*, 7, 36-41.]
- * 王淑惠 (2013)：國小數學學習障礙學生的教學策略。雲嘉特教，18，28-34。[Wang, Shu-Hui (2013). Teaching strategies for elementary school students with math learning disabilities. *Special Education in Yunlin and Chiayi*, 18, 28-34.]
- * 王雪瑜 (2006)：國小數學學障兒童數學解題錯誤類型分析之探討。載於莊素貞 (主編)：特殊教育現在與未來 (15-29 頁)。臺中：國立臺中教育大學。[Wang, Hsueh-Yu (2006). An investigation of word problem error type analysis of elementary school students with math learning disabilities. In S. C. Chuang (Ed.), *Special Education Series: Special Education, Now and Future* (pp. 15-29). Taichung, Taiwan: National Taichung University of Education.]
- 王瓊珠 (2005)：閱讀障礙學生識字教學研究回顧與問題探究。載於洪儷瑜、王瓊珠、陳長益主編：突破學習困難——評量與因應之探討 (139-178 頁)。臺北：心理。[Wang, Chiung-Chu (2005). Review of literature on character instruction for students with reading disabilities. In L. Y. Hung, C. C. Wang, & C. Y. Chen (Eds.), *Overcoming learning difficulties: Discussion of evaluation and coping* (pp. 139-178). Taipei, Taiwan: Psychological.]
- 王瓊珠 (2012)：台灣中文字詞教學研究之文獻回顧與展望。教育心理學報，44 (2)，253-272。[Wang, Chiung-Chu (2012). Review of literature on character and vocabulary instruction studies in Taiwan. *Bulletin of Educational Psychology*, 44(2), 253-272.] doi:10.6251/BEP.20111109
- 王瓊珠 (2018)：數學教學。載於學習障礙：理念與實務 (319-352 頁)。臺北：心理。[Wang, Chiung-Chu (2018). Math instructions. In *Learning disabilities: theories and practices* (pp. 319-352). Taipei, Taiwan: Psychological.]
- * 朱淳琦 (2011)：電腦化圖示策略在數學學習障礙學生數學解題教學上的運用。載於洪榮照主編：特殊教育現在與未來 (1-12 頁)。臺中：國立臺中教育大學。[Chu, Chun-Chi (2011). Computerized schema strategy on word problems instruction for students with math learning disabilities. In J. C. Hung (Ed.), [*Special Education Series: Special Education, Now and Future*] (pp. 1-12). Taichung, Taiwan: National Taichung University of Education.]
- * 朱經明 (2000)：國小數學障礙兒童在動態評量中學習潛能與錯誤類型之分析。政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告 (NSC88-2614-S-142-003)。[Ju, Jing-Ming (2000). *A study of learning potential and error patterns of elementary students with math disability in dynamic assessment* (National Science Council Report, No. NSC88-2614-S-142-003). Taichung, Taiwan:

Taichung Teachers College, Department of Special Education.]

- * 朱經明 (2005)：電腦動態影像漸進提示系統協助聽覺障礙及數學障礙學生數學應用題解題成效之研究。行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告 (NSC92-2413-H-468-002-F20)。[Ju, Jing-Ming (2005). *Computer video-based graduated-prompting system's effect on helping hearing-impaired and math-disabled students* (National Science Council Report, No. NSC92-2413-H-468-002-F20). Taichung, Taiwan: Taichung Healthcare and Management University, Department of Psychology.]
- * 朱經明 (2006)：數理特殊教育——動態影像系統協助聽覺障礙及學習障礙學生數學中文及英文文字題解題成效之比較研究。行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告 (NSC93-2614-S-468-001)。[Ju, Jing-Ming (2006). *A comparative study of the effect of a video-based system on solving Chinese and English math word problems for hearing-impaired and learning disabled students* (National Science Council Report, No. NSC93-2614-S-468-001). Taichung, Taiwan: Asia University, Department of Psychology.]
- * 朱經明 (2011)：基模化影片與動畫協助數學障礙及聽覺障礙學生解原數未知算術文字題成效之研究。行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告 (NSC99-2511-S-468-007)。[Ju, Jing-Ming (2011). *The effects of schematic video and animation on helping students with MD or HI solving start unknown arithmetic word problems* (National Science Council Report, No. NSC99-2511-S-468-007). Taichung, Taiwan: Asia University, Department of Early Childhood Education.]
- * 朱經明、蔡玉瑟 (2000)：動態評量在診斷國小五年級數學障礙學生錯誤類型之應用成效。特殊教育研究學刊, 18, 173-188。[Ju, Jing-Ming, & Tsai, Yu-Ser (2000). A study of the effect of dynamic assessment on finding error patterns of fifth graders with math disabilities. *Bulletin of Special Education, 18*, 173-189.]
- * 江美娟、周台傑 (2003)：後設認知策略教學對國小數學學習障礙學生解題成效之研究。特殊教育學報, 18, 107-151。[Chiang, Mei-Chuan, & Chou Tair-Jye (2003). The effects of metacognitive strategy instruction on mathematical problem solving of elementary school students with mathematics learning disabilities. *Journal of Special Education, 18*, 107-151.] doi:10.6768/JSE.200312.0107
- * 何東墀 (1995)：國小數學學習障礙學生鑑定、促成因素和學習策略教學之研究。行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告 (NSC84-2413-H018-004)。[Ho, Dong-Chyr (1995). *A Study of Identification, contributing factors and teaching strategies for mathematics learning-disabled in elementary students* (National Science Council Report, No. NSC84-2413-H018-004). Changhua, Taiwan: National Changhua University of Education, Department of Special Education.]
- * 吳雅琪、孟瑛如 (2005)：資訊融入解題策略教學對國小數學學習障礙學生乘除法文字題解題成效之研究。特殊教育學報, 21, 103-128。[Wu, Ya-Chi, & Meng, Ying-

- Ru (2005). A study of the effects of problem-solving strategies by integrating technology into multiplication and division word problems for the students with mathematics learning disabilities. *Journal of Special Education, 21*, 107-151. doi: 10.6768/JSE.200507.0103
- * 吳嫻 (2009)：大學生、正常發展孩童、數學障礙個案之數字和序列訊息與空間表徵的對應。政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告 (NSC96-2628-S008-009-MY2)。[Wu, Hsien (2009). *The spatial mapping of numerical and ordinal information in college students, normally developing children, and children with developmental dyscalculia* (National Science Council Report, No. NSC96-2628-S008-009-MY2). Toayuan, Taiwan: National Central University, Institute of Cognitive Neuroscience.]
- * 呂佩真、黃秋霞、詹士宜 (2015)：錨式情境教學對學習障礙學生的數學文字題解題的學習成效。中華民國特殊教育學會年刊, 2015, 135-156。[Lu, Pei-Chen, Huang, Chiu-Hsia, & Chan, Shi-Yi (2015). The learning effect of anchored instruction on word problem performance of students with learning disabilities. *Annual Journal of Special Education Association of the Republic of China, 2015*, 135-156.]
- * 李秀妃 (2010)：學習障礙學童的數學學習困難～時間篇。台東特教, 31, 38-42。[Lee, Hsiu-Fei (2010). Math learning difficulties of children with learning disabilities: Time. *Taitung Special Education, 31*, 38-42.]
- 李佳穎 (2009)：中文字的認知與經基礎。基礎教育學報, 18 (2), 63-85。[Lee, Chia-Ying (2009). The cognitive and neural basis for learning to read Chinese. *Journal of Basic Education, 18*(2), 63-85.]
- * 李俊仁 (2009)：數字表徵與數值處理的關係。政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告 (NSC96-2628-S003-002-MY2)。[Lee, Jun-Ren (2009). *The Relationship between notation representation and magnitude comparison* (National Science Council Report, No. NSC96-2628-S003-002-MY2). Taipei, Taiwan: National Taiwan Normal University, Department of Educational Psychology and Counseling.]
- 李俊仁 (2017)：數學計算障礙的認知分析。載於詹士宜、楊淑蘭主編：突破數學學習困難：理論與實務 (19-38 頁)。臺北：心理。[Lee, Jun-Ren (2017). The cognitive analysis of dyscalculia. In S. Y. Chan & S. L. Yang (Eds.), *Overcoming math learning difficulties: Theories and practices* (pp. 19-38). Taipei, Taiwan: Psychological.]
- 李源順 (2012)：數學的外部連結：生活中的數學與態度研究。政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告 (NSC100-2511-S133-009)。[Lee, Yuan-Shun (2012). *External connection of mathematics: Research of mathematics in daily lives and attitude* (National Science Council Report, No. NSC100-2511-S133-009). Taipei, Taiwan: University of Taipei, Department of Mathematics and Computer Science Education.]
- * 周台傑 (1997)：自我教導策略對國小數學學習障礙兒童教學效果之研究。政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告 (NSC86-2413-H018-003)。

- [Chou, Tair-Jye (1997). *The effects of self-instructional training on students with math disability in elementary schools* (National Science Council Report, No. NSC86-2413-H018-003). Changhua, Taiwan: National Changhua University of Education, Department of Special Education.]
- 周台傑、詹士宜 (1993)：國中智能不足學生數學應用問題解題歷程研究。特殊教育與復健學報，3，179-215。[Chou, Tair-Jye, & Chan, Shi-Yi (1993). A study solving of mathematics problem processes in mentally students of junior high retarded school. *Bulletin of Special Education and Rehabilitation*, 3, 179-215.]
- * 周台傑、蔡宗玫 (1997)：國小數學學習障礙學生應用問題解題之研究。特殊教育學報，12，233-292。[Chou, Tair-Jye, & Tsai, Chung-Mei (1997). A study of math problem solving of students with math disability in elementary school. *Journal of Special Education*, 12, 233-292.]
- * 孟令夫 (2009)：計算所蘊含的動作計畫特性—腦傷成人與發展個案之研究。政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告 (NSC96-2511-S182-001-MY2)。[Meng, Ling-Fu (2009). *Praxis Characteristic of Calculation Process: A Study of Acquired and Developmental Dyscalculia* (National Science Council Report, No. NSC96-2511-S182-001-MY2). Taoyuan, Taiwan: Chang Gung University, Department of Occupational Therapy.]
- * 孟瑛如、吳東光 (1999)：數學學習障礙與多媒體教材之發展應用。特殊教育季刊，72，13-18。[Meng, Ying-Ru, & Wu, Tung-Kuang (1999). Development and application of multimedia courseware in mathematics learning disabilities. *Special Education Quarterly*, 72, 13-18.]
- * 林玉華 (1995)：淺談數學學習障礙兒童之診斷與輔導。中縣文教，22，50-53。[Lin, Yu-Hwa (1995). A brief introduction to diagnosis and intervention of children with math learning disabilities. *Taichung Educational Periodical*, 22, 50-53.]
- * 柯華葳 (2005)：數學學習障礙學生的診斷與確認。特殊教育研究學刊，29，113-126。[Ko, Hwawei (2005). The diagnosis of arithmetic learning disabilities. *Bulletin of Special Education*, 29, 113-126.] doi: 10.6172/BSE200509.2901006
- 洪儷瑜 (2006)：學障教育在台灣的第一個三十年——回顧與展望。特殊教育季刊，100，3-15。[Hung, Li-Yu (2006). The first thirty years of learning disabilities in Taiwan. *Special Education Quarterly*, 100, 3-15.]
- * 洪儷瑜 (2009)：發展性計算障礙診斷與亞型研究—教育和腦科學的整合研究。政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告 (NSC96-2511-S003-010-MY2)。[Hung, Li-Yu (2009). *Developmental dyscalculia and its subtypes: The education and neuroscience approaches* (National Science Council Report, No. NSC96-2511-S003-010-MY2). Taipei, Taiwan: National Taiwan Normal University, Department of Special Education.]
- * 洪儷瑜 (2011)：不同類型的數學學障學生的數學能力發展研究。政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告 (NSC98-2511-S-003-010-M)。[Hung, Li-Yu (2011). *Development of mathematic competence of students with various types of math learning*

- disabilities* (National Science Council Report, No. NSC98-2511-S-003-010-M). Taipei, Taiwan: National Taiwan Normal University, Department of Special Education.]
- * 洪儷瑜 (2014)：整合數字感與數學事實之教學介入方案——對國小數學困難學童計算能力發展之研究。政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告 (NSC101-2511-S-003-023-MY2)。[Hung, Li-Yu (2014). The integrative intervention embedding number sense in basic math fact: *A pilot study to improve math learning difficulty elementary students' arithmetic competence* (National Science Council Report, No. NSC101-2511-S-003-023-MY2). Taipei, Taiwan: National Taiwan Normal University, Department of Special Education.]
- 洪儷瑜、連文宏 (2017)：數學學習障礙學生的鑑定。載於詹士宜、楊淑蘭主編：突破數學學習困難：理論與實務 (115-136 頁)。臺北：心理。[Hung, Li-Yu & Lien, Wen-Hung (2017). The identification of students with math learning disabilities. In S. Y. Chan & S. L. Yang (Eds.), *Overcoming math learning difficulties: Theories and practices* (pp. 115-136). Taipei, Taiwan: Psychological.]
- * 胡永崇 (2007)：學習障礙學生的時間與日期之教學。屏師特殊教育，15，27-34。[Hu, Yeong-Chrong (2007). The instruction on time and dates for students with learning disabilities. *Special Education of Pingtung Teachers College*, 15, 27-34.]
- * 秦麗花 (2006)：從數學閱讀特殊技能看兒童數學閱讀的困難與突破。特殊教育季刊，99，1-12。[Chin, Li-Hua (2006). Issues on children's mathematics text reading from the perspective of mathematics' content reading skills. *Special Education Quarterly*, 99, 1-12.]
- 袁媛、王淑芬、陳國龍 (2016)：國小二年級學生在數值線段上的數字估計能力與數學學習成就之相關研究。臺灣數學教育期刊，3 (1)，1-18。doi: 10.6278/tjme.20160323.001 [Yuan, Yuan, Wang, Shu-Fen, & Chen, Kuo-Long (2016). Relationship between number-line estimation ability and mathematics achievement of second graders in elementary school. *Taiwan Journal of Mathematics Education*, 3(1), 1-18.] doi: 10.6278/tjme.20160323.001
- * 張羚羚、林惠秋 (2011)：問題中心雙環教學模式在國中數學學習障礙教學之應用。桃竹區特殊教育，18，15-27。[Chang, Ling-Ling, & Lin, Hui-Chiu (2011). The application of PCDC model in teaching middle school students with math learning disabilities. *Special Education in Taoyuan and Hsinchu*, 18, 15-27.] doi:10.6359/JSE.201112.0015
- * 梁明華 (2009)：電腦輔助教學在學習障礙學生數學解題的應用之探討，國小特殊教育，48，41-51。[Liang, Ming-Hua (2009). The application of computer assisted instruction on math problem solving of students with learning disabilities. *Special Education in Elementary Schools*, 48, 41-51.]
- * 梁瑞真 (2004)：讓學生學好應用問題—數學學習障礙兒童的補救教學。特教通訊，32，65-69。[Liang, Ruei-Chen (2004). Let students learn word problems well: the remediation for children with math learning disabilities. *Special Education*

- Communication*, 32, 65-69.]
- 連文宏 (2018)：計算核心課程對數學學習障礙高危險群學童介入成效——不同統計法在小樣本研究之應用（未出版之博士文）。國立臺灣師範大學，臺北市。[Lien, Wen-Hung (2018). *The arithmetic core competence intervention for students with high-risk mathematical learning disabilities: Different statistic methods apply to the small-sample study* (Unpublished doctoral dissertation). National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan.] doi:10.6345/DIS.NTNU.DSE.014.2018.F02
- * 連文宏、洪儷瑜 (2017)：數學學障與數學合併閱讀障礙國中生計算能力表現之特徵及其差異分析。臺灣數學教育期刊，4 (1)，35-62。[Lien, Wen-Hung, & Hung, Li-Yu (2017). Profile of arithmetic knowledge of junior high school students with mathematics learning disabilities with/without reading disabilities. *Taiwan Journal of Mathematics Education*, 4(1), 35-62.] doi:10.6278/tjme.20170317.002
- * 郭靜姿、許慧如、劉貞宜、張馨仁、范成芳 (2001)：數學學習障礙之鑑定工具發展與應用研究。特殊教育研究學刊，21，135-163。[Kuo, Ching-Chih, Hsu, Hui-Ju, Liu, Chen-Yi, Chang, Hsin-Jen, & Fan, Chen-Fang (2001). A study of development and application of serial instruments on identifying mathematical learning disability students. *Bulletin of Special Education*, 21, 135-163.]
- * 陳映雯 (2007)：數學學習障礙學生時間化聚解題與教學策略。屏師特殊教育，14，1-9。[Chen, Ying-Wen (2007). The problem solving of the time unit conversion and teaching strategies for students with math learning disabilities. *Special Education of Pingtung Teachers College*, 14, 1-9.]
- 曾世杰 (2010)：注音與聲韻覺識教學。載於王瓊珠、陳淑麗主編：突破閱讀困難：理念與實務 (103-128 頁)。臺北：心理。[Tzeng, Shih-Jay (2010). Zhu Yin Fu Hao and phonological awareness instructions. In C. C. Wang, & S. L. Chen (Eds.), *Overcoming reading difficulties: Theories and practices* (pp. 103-128). Taipei, Taiwan: Psychological.]
- * 黃秋霞、方美珍 (2007)：圖示表徵解題策略對國小學習障礙學生數學文字題學習成效之研究。中華民國特殊教育學會年刊，2007，257-278。[Huang, Chiu-Hsia, & Fang, Mei-Chen (2007). Effects of teaching of elementary school students with learning disabilities on mathematical word-problem-solving by schematic representation strategies. *Annual Journal of Special Education Association of the Republic of China*, 2007, 257-278.] doi:10.6379/AJSE.200712.0257
- * 黃慈愛 (1997)：閱讀障礙兒童與數學學障兒童在數字記憶廣度數學心算能力上與普通兒童之比較。特殊教育學報，12，293-319。[Huang, Tzu-Ai (1997). The comparing of dyslexia children and the dyscalculia children's digit span and mental calculation with the normal children. *Journal of Special Education*, 12, 293-319.]
- * 黃瑋苓 (2006)：淺談數學學習障礙。台東特教，23，48-53。[Huang, Wei-Ling (2006). A brief introduction to math learning disabilities. *Taitung Special Education*, 23, 48-53.]

- * 楊憲明 (2000)：數學障礙學生四則運算文字題解題之問題表徵分析研究。政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告 (NSC88-2614-S-024-002)。[Yang, Hsien-Ming (2000). *Problem representation of arithmetic word problem solving in mathematical learning disabilities* (National Science Council Report, No. NSC88-2614-S-024-002). Tainan, Taiwan: National Tainan Teachers College, Department of Special Education.]
- * 楊憲明 (2002)：數學障礙學生文字題解題問題表徵三合訓練模式研究。政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告 (NSC89-2614-S-024-001)。[Yang, Hsien-Ming (2002). *A triad-training model of problem representation of arithmetic word problem-solving in children with mathematical disability* (National Science Council Report, No. NSC88-2614-S-024-002). Tainan, Taiwan: National Tainan Teachers College, Department of Special Education.]
- 臺灣精神醫學會 (譯) (2014)：DSM-5 精神疾病診斷準則手冊 (American Psychiatric Association 著：Diagnostic and statistical manual of mental disorders (DSM-5))。新北：合記。[American Psychiatric Association (2014). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders (DSM-5)* (Taiwanese Society of Psychiatry, Trans.). New Taipei, Taiwan: Ho-Chi.]
- * 蔡翠華 (1996)：國小數學學習障礙學生的學習型態與學習策略之相關研究。特殊教育研究學刊，14，157-177。[Tsai, Tsui-Hua (1996). A relational study of the learning style and learning strategy of arithmetic disabled students in elementary school. *Bulletin of Special Education, 14*, 157-177.]
- * 蕭美玲、陳香吟 (2005)：淺談數學學習障礙學生的數學解題。屏師特殊教育，11，20-30。[Hsiao, Mei-Ling, & Chen, Hsiang-Yin (2005). A brief introduction to math problem-solving of students with math learning disabilities. *Special Education of Pingtung Teachers College, 11*, 20-30.]
- Algozzine, B., O' Shea, D. J., Crews, W. B., & Stoddard, K. (1987). Analysis of mathematics competence of learning disabled adolescents. *Journal of Special Education, 21*, 97-107. doi:10.1177/002246698702100209
- American Psychiatric Association. (1987). *Diagnostic and statistical manual of mental health disorders* (3rd ed., rev.). Washington, DC: Author.
- American Psychiatric Association. (1994). *Diagnostic and statistical manual for psychiatric disorders* (4th ed., text rev.). Washington, DC: Author.
- Anderson, U. (2008). Mathematical competence in children with different types of learning difficulties. *Journal of Educational Psychology, 100*(1), 48-66. doi:10.1037/0022-0663.100.1.48
- Baker, S., Gersten, R., & Lee, D. S. (2002). A synthesis of empirical research on teaching mathematics to low-achieving students. *The Elementary School Journal, 103*(1), 51-73. doi:10.1086/499715
- Barbatesi, W. J., Katusic, S. K., Colligan, R. C., Weaver, A. L., & Jacobsen, S. J. (2005). Math learning disorder: Incidence in a population-based birth cohort, 1976-82, Rochester, Minn. *Ambulatory Pediatrics, 5*(5), 281-289.

- doi:10.1367/A04-209R.1
- Brown, J. S., & Burton, R. R. (1978). Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematical skills. *Cognitive Science*, 2(2), 155-192. doi:10.1016/S0364-0213(78)80004-4
- Butterworth, B., Varma, S., & Laurillard, D. (2011). Dyscalculia: From brain to education. *Science*, 332, 1049-1053. doi:10.1126/science.1201536
- Cantlon, J. F., Brannon, E. M., Carter, E. J., & Pelphey, K. A. (2006). Functional imaging of numerical processing in adults and 4-y-old children. *PLoS Biology*, 4(5), 844-854. doi:10.1371/journal.pbio.0040125
- Cawley, J. F., Parmar, R. S., Yan, W., & Miller, J. H. (1998). Arithmetic computation performance of students with learning disabilities: Implications for curriculum. *Learning Disabilities Research & Practice*, 13, 68-74.
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1997). Cerebral pathways for calculation: Double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex*, 33(2), 219-250. doi:10.1016/S0010-9452(08)70002-9
- Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*, 20(3-6), 487-506. doi:10.1080/02643290244000239
- Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R., & Tsivkin, S. (1999). Sources of mathematical thinking: Behavioral and brain-imaging evidence. *Science*, 284(5416), 970-974. doi:10.1126/science.284.5416.970
- Eva, K. W. (2008). On the limits of systematicity. *Medical Education*, 42(9), 852-853. doi:10.1111/j.1365-2923.2008.03140.x
- Fleischner, J. E., Garnett, K., & Shepherd, M. J. (1982). Proficiency in basic fact computation of learning disabled and nondisabled children. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 4, 47-55.
- Fletcher, J. (2005). Predicting math outcomes: Reading predictors and comorbidity. *Journal of Learning Disabilities*, 38, 308-312. doi:10.1177/00222194050380040501
- Fuchs, L. S., Compton, D. L., Fuchs, D., Paulsen, K., Bryant, J. D., & Hamlett, C. L. (2005). The prevention, identification, and cognitive determinants of math difficulty. *Journal of Educational Psychology*, 97(3), 493-513. doi: 10.1037/0022-0663.97.3.493
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Capizzi, A. M et al. (2006). The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation, and arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 98(1), 29-43. doi:10.1037/0022-0663.98.1.29
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Schumacher, R. F., & Seethaler, P. M. (2013). Instructional intervention for students with mathematics learning disabilities. In H. L. Swanson, K. R. Harris, & S. Graham (Eds.), *Handbook of learning disabilities* (pp. 388-404). New York, NY: Guilford Press.
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Stuebing, K., Fletcher, J. M., Hamlett, C. L., & Lambert, W. (2008). Problem solving and computational skill: Are they shared or distinct aspects of mathematical cognition? *Journal of Educational Psychology*, 100(1), 30-47. doi:10.1037/0022-0663.100.1.30

- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Cirino, P. T., & Fletcher, J. M. (2008). Intensive intervention for students with mathematics disabilities: Seven principles of effective practice. *Learning Disability Quarterly, 31*(2), 79-92.
- Geary, D. C. (1990). A componential analysis of an early learning deficit in mathematics. *Journal of Experimental Child Psychology, 49*(3), 363-383.
- Geary, D. C. (1993). Mathematical disabilities: Cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological Bulletin, 114*(2), 345-362. doi:10.1037/0033-2909.114.2.345
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 37*, 4-15. doi:10.1177/00222194040370010201
- Geary, D. C. (2013). Learning disabilities in mathematics: Recent advances. In H. L. Swanson, K. R. Harris, & S. Graham (Eds.), *Handbook of learning disabilities* (pp. 239-255). New York, NY: Guilford Press.
- Geary, D. C., Bow-Thomas, C. C., & Yao, Y. (1992). Counting knowledge and skill in cognitive addition: A comparison of normal and mathematically disabled children. *Journal of Experimental Child Psychology, 54*(3), 372-391. doi:10.1016/0022-0965(92)90026-3
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., & DeSoto, M. C. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology, 88*(2), 121-151. doi:10.1016/j.jecp.2004.03.002
- Gersten, R., Chard, D. J., Jayanthi, M., Baker, S. K., Morphy, P., & Flojo, J. (2009). Mathematics instruction for students with learning disabilities: A meta-analysis of instructional components. *Review of Educational Research, 79*(3), 1202-1242.
- Hulme, C., & Snowling, M. J. (2009). *Developmental disorders of language learning and cognition*. Chichester, West Sussex: John Wiley & Sons.
- Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003). A longitudinal study of mathematical competencies in children with specific mathematics difficulties versus children with comorbid mathematics and reading difficulties. *Child Development, 74*(3), 834-850. doi:10.1111/1467-8624.00571
- Kavale, K. A., & Reece, J. H. (1992). The character of learning disabilities. *Learning Disability Quarterly, 15*, 74-94. doi:10.2307/1511010
- Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. (2003). Mathematics interventions for children with special educational needs: A meta-analysis. *Remedial and Special Education, 24*(2), 97-114. doi:10.1177/07419325030240020501
- Kucian, K., & von Aster, M. (2015). Developmental dyscalculia. *European Journal of Pediatrics, 174*(1), 1-13. doi:10.1007/s00431-014-2455-7
- Kucian, K., Grond, U., Rotzer, S., Henzi, B., Schönmann, C., Plangger, F., et al. (2011). Mental number line training in children with developmental dyscalculia. *Neuroimage, 57*(3), 782-795. doi:10.1016/j.neuroimage.2011.01.070

- LeFevre J.-A., Smith-Chant B. L., Fast L., Skwarchuk S.-L., Sargla E., Arnup J. S., et al. (2006). What counts as knowing? The development of conceptual and procedural knowledge of counting from kindergarten through Grade 2. *Journal of Experimental Child Psychology*, *93*, 285-303. doi:10.1016/j.jecp.2005.11.002
- Lerner, J., & Johns, B. (2009). Mathematics difficulties. In *Learning disabilities and related mild disabilities* (pp. 476-515). Boston, MA: Houghton Mifflin.
- National Council of Teacher of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Organisation Economic and Co-operation Development. (2010). *The high cost of low educational performance: The long-run economic impact of improving PISA outcomes*. Retrieved from <http://www.oecd.org/pisa/44417824.pdf>
- Piazza, M., Mechelli, A., Butterworth, B., & Price, C. J. (2002). Are subitizing and counting implemented as separate or functionally overlapping processes? *Neuroimage*, *15*(2), 435-446.
- Piazza, M., Pinel, P., LeBihan, D., & Dehaene, S. (2007). A magnitude code common to numerosities and number symbols in human intraparietal cortex. *Neuron*, *53*(2), 293-305. doi:10.1016/j.neuron.2006.11.022
- Pinel, P., Dehaene, S., Rivière, D., & LeBihan, D. (2001). Modulation of parietal activation by semantic distance in a number comparison task. *Neuroimage*, *14*(5), 1013-1026. doi:10.1006/nimg.2001.0913
- Simon, O., Mangin, J. F., Cohen, L., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2002). Topographical layout of hand, eye, calculation, and language-related areas in the human parietal lobe. *Neuron*, *33*(3), 475-487. doi:10.1016/S0896-6273(02)00575-5
- Swanson, H. L. (2006). Cross-sectional and incremental changes in working memory and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, *98*, 265-281. doi:10.1037/0022-0663.98.2.265
- Swanson, H. L., & Beebe-Frankenberger, M. (2004). The relationship between working memory and mathematical problem-solving in children at risk and not at risk for serious math difficulties. *Journal of Educational Psychology*, *96*, 471-491. doi:10.1037/0022-0663.96.3.471
- Xin, Y. P., & Jitendra, A. K. (1999). The effects of instruction in solving mathematical word problems for students with learning problems: A meta-analysis. *The Journal of Special Education*, *32*(4), 207-225. doi:10.1177/002246699903200402
- Zheng, X., Flynn, L. J., & Swanson, H. L. (2013). Experimental intervention studies on word problem solving and math disabilities: A selective analysis of the literature. *Learning Disability Quarterly*, *36*(2), 97-111.
- Zorzi, M., Priftis, K., & Umiltà, C. (2002). Brain damage: Neglect disrupts the mental number line. *Nature*, *417*(6885), 138-139. doi:10.1038/417138a

收稿日期：2017.12.23

接受日期：2018.12.12

Understanding Mathematics Learning Disabilities: Two Decades of Research in Taiwan

Wang, Hsuan-Hui*

Doctoral candidate,
Dept. of Special Education,
National Taiwan Normal University

Hung, Li-Yu

Professor,
Dept. of Special Education,
National Taiwan Normal University

ABSTRACT

Purposes: Mathematical ability influences quality of life and employment opportunities. Mathematics learning difficulties are common among people with learning disabilities. However, the field of mathematics disabilities is an area notably lacking in research in comparison to reading disabilities. The aim of this study was to delineate the contours of the research field of mathematics learning disabilities (MLD) in Taiwan. **Methods:** This study explored research in MLD from 1995 to 2017 in Taiwan, including 26 journal articles obtained from Google Scholar and the federated search system of the National Taiwan Normal University Library and 14 studies funded by the Ministry of Science and Technology (MOST). Through content analysis, the contemporary definitions and research findings related to mathematics learning disabilities were concluded which provided the framework of the study. **Results/Findings:** According to the results, features or diagnosis and interventions were the two primary topics concerning MLD. The number of intervention studies was relatively higher than that of features- or diagnosis-related studies, indicating that intervention received more attention in the field. However, evidence-based research was limited, and studies using contemporary evidence related to neuropsychology or cognitive deficit were even rarer. The evolution of and changes to the concept of MLD could be found in research funded by MOST, but not in journal articles, thus indicating a research–publication gap. The gap indicated that concepts of MLD in most journal articles neglected international definition and research trends, which meant that research participants could be various. Therefore, the results of local studies might be difficult to compare with the contemporary international literatures.

In intervention research, the evidence of effect instruction was limited. Specific intervention explorations were limited and basic mathematical abilities were neglected in intervention studies. In the eight MOST intervention studies, only one investigated basic calculation instruction; in the five empirical journal articles, investigation mainly addressed the solving of mathematics word problems with the application of computer science multimedia, metacognitive strategies, and schematic representation strategies. In addition, students' performance of mathematics word problems was the main focus in journal articles and in the research funded by MOST. However, relevant language-processing factors received insufficient recognition and clarification. **Conclusions/Implications:** Reflections on the contrast between the aforementioned findings and international MLD trends may inform regarding the comprehensiveness of MLD understanding in Taiwan and regarding the appropriateness of interventions used. Finally, to benefit future studies, numerous conclusions and suggestions concerning MLD were specified based on the findings of the study.

Keywords: Mathematics learning disabilities, learning disabilities, content analysis, review